



**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
UNIDADE ARAXÁ**

GABRIEL HENRIQUE SOARES DE FARIA

**PLATAFORMA DIDÁTICA DO TIPO PÊNULO INVERTIDO PARA
IMPLEMENTAÇÃO E ESTUDO DE TÉCNICAS DE CONTROLE MULTIVARIÁVEL**

ARAXÁ/MG

2024

GABRIEL HENRIQUE SOARES DE FARIA

**PLATAFORMA DIDÁTICA DO TIPO PÊNULO INVERTIDO PARA
IMPLEMENTAÇÃO E ESTUDO DE TÉCNICAS DE CONTROLE MULTIVARIÁVEL**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Engenharia de Automação Industrial, do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG, como requisito para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Automação Industrial.

Orientador: Me. Willian Martins Leão
Coorientador: Dr. Horácio Albertini Neto

ARAXÁ/MG

2024



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL / ARAXÁ

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC – ATA DE DEFESA

ATA DE DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL DO ALUNO GABRIEL HENRIQUE SOARES DE FARIA

Às **dezessete horas** do dia **doze de setembro de dois mil e vinte quatro**, reuniu-se no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG/ Campus Araxá, a Comissão Examinadora de Trabalho de Conclusão de Curso para julgar, em exame final, o trabalho intitulado **Plataforma didática do tipo pêndulo invertido para implementação e estudo de técnicas de controle multivariável**, como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Automação Industrial. Abrindo a sessão, o Presidente da Comissão, Prof. **Willian Martins Leão**, após dar a conhecer aos presentes o teor das Normas Regulamentares do Trabalho Final, concedeu a palavra ao candidato, **Gabriel Henrique Soares de Faria**, para a exposição de seu trabalho. Após a apresentação, seguiu-se a arguição pelos examinadores, com a respectiva defesa do candidato. Ultimada a arguição, a Comissão se reuniu, sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Após a reunião da Comissão Examinadora, o candidato foi considerado: **APROVADO** obtendo nota final de: **84 (oitenta e quatro)**. O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Presidente da Comissão. O aluno, abaixo assinado, declara que o trabalho ora identificado é da sua autoria material e intelectual, excetuando-se eventuais elementos, tais como passagens de texto, citações, figuras e datas, desde que devidamente identificada a fonte original. Declara ainda, neste âmbito, não violar direitos de terceiros. Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou os trabalhos. O prof. Frederico Duarte Fagundes, responsável pela disciplina "Trabalho de Conclusão de Curso II", lavrou a presente ATA, que, após lida e aprovada, será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora.

Araxá, **12 (doze)** de setembro de 2024.

Willian Martins Leão
Presidente e Orientador: Me. Willian Martins Leão

Horácio Albertini Neto
Coorientador: Dr. Horácio Albertini Neto

Aline F. Bianco Mattioli
Membro Titular: Dra. Aline Fernanda Bianco Mattioli

Fabiana Alves Pereira
Membro Titular: Dra. Fabiana Alves Pereira

Frederico Duarte Fagundes
Professor da Disciplina TCCII: Frederico Duarte Fagundes

Gabriel Henrique S. de Faria
Aluno: Gabriel Henrique Soares de Faria

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus, por me conceder saúde, força e sabedoria para enfrentar todos os desafios ao longo desta jornada acadêmica.

Aos meus pais, pelo amor, apoio incondicional e por acreditarem em mim em todos os momentos. Obrigado por serem minha base e inspiração. Sem vocês, nada disso seria possível.

À minha namorada, pela compreensão, incentivo e pelas palavras de encorajamento nos momentos em que mais precisei. Agradeço pela paciência e pelo carinho de sempre.

Aos meus orientadores, Willian Martins Leão e Horácio Albertini Neto, pela orientação, paciência e dedicação ao longo deste trabalho. Seus conselhos, críticas construtivas e ensinamentos foram fundamentais para a concretização deste projeto. Sou profundamente grato pela oportunidade de aprendizado e pelo apoio em todas as etapas desta pesquisa.

Aos meus colegas de curso, que compartilharam dessa caminhada comigo, pelas trocas de experiências, pelas conversas e pelo companheirismo que tornaram essa jornada mais leve e enriquecedora.

Por fim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho, seja com uma palavra de incentivo, uma crítica ou até mesmo com um sorriso. A cada um de vocês, o meu mais sincero obrigado!

Resumo

O projeto visa o desenvolvimento de uma plataforma didática voltada para a aplicação de técnicas de controle multivariável, utilizando um sistema *SIMO* (*Single Input Multiple Output*) do tipo pêndulo invertido como objeto de estudo. A plataforma integra componentes eletromecânicos, incluindo um motor de corrente contínua, *encoders* para medir posições linear e angular, sensores de fim de curso para proteção contra movimentos excessivos, e uma ponte H para controle bidirecional do motor. Um microcontrolador centraliza o processamento dos sinais recebidos desses sensores e executa algoritmos de controle para ajustar o comportamento dinâmico do sistema de acordo com os parâmetros estabelecidos. O objetivo é criar uma ferramenta robusta, precisa e versátil que possa ser utilizada em ambientes educacionais e de pesquisa para a experimentação de técnicas avançadas de controle.

O projeto mostrou-se não apenas eficiente, mas também de fácil portabilidade, o que aumenta sua aplicabilidade em diversos contextos de ensino e pesquisa. A plataforma pode ser facilmente transportada e configurada para diferentes experimentos, facilitando o estudo. Isso abre oportunidades para a exploração de novos métodos de controle, ajustes de parâmetros e otimizações que podem ser aplicados em sistemas reais, tornando-se uma ferramenta valiosa para engenheiros, pesquisadores, professores e estudantes.

Palavras chave: Plataforma didática; *SIMO*; Controle multivariável; Portabilidade; Ensino.

Abstract

The project aims to develop a didactic platform focused on the application of multivariable control techniques, using a *SIMO* (Single Input Multiple Output) inverted pendulum system as a study object. The platform integrates electromechanical components, including a DC motor, encoders to measure linear and angular positions, limit switches for protection against excessive movements, and an H-bridge for bidirectional motor control. A microcontroller centralizes the processing of signals received from these sensors and executes control algorithms to adjust the system's dynamic behavior according to the established parameters. The objective is to create a robust, precise, and versatile tool that can be used in educational and research environments, enabling experimentation with advanced control techniques.

The project has proven to be not only robust and efficient but also easily portable, increasing its applicability in various teaching and research contexts. The platform can be easily transported and set up for different experiments, to facilitate the study. This opens opportunities for the exploration of new control methods, adjusting parameters, and optimizations that can be applied to real-world systems, making it a valuable tool for engineers, researchers, professors and students.

Keywords: Didactic platform; *SIMO*; Multivariable control; Portability; Education.

Lista de Figuras

2.1	Pêndulo simples	15
2.2	Pêndulo invertido	16
2.3	Modelo de um pêndulo invertido	20
2.4	Cargas internas	22
2.5	Curva Velocidade x Torque	23
2.6	Motor de corrente contínua	24
2.7	Máquinas de relutância variável	24
2.8	MRV assimétrico	25
2.9	Motor de passo	25
2.10	Representação ideal de um instrumento genérico	26
2.11	Sensores fim de curso	26
2.12	Encoder	27
2.13	Microcontrolador - Arduino Mega	27
4.1	Modelo 3D - conjunto de 12mm	33
4.2	Simulação de análise de esforços - conjunto de 16mm	33
4.3	Modelo 3D - conjunto de 16mm	34
4.4	Simulação de análise de esforços - conjunto de 16mm	34
4.5	<i>Design</i> do carrinho	36
4.6	Conjunto Motor-Ponte H	38
4.7	Simulação do Circuito	40
4.8	Circuito Utilizado	40
4.9	Acoplamento das Coroas Dentadas	42
4.10	Transmissão de Movimento do Motor Para o Encoder	43
4.11	Versão Final da Plataforma Didática	45

Lista de Tabelas

4.1	Conjunto de 12mm em relação ao preço	35
4.2	Conjunto de 16mm em relação ao preço	35
4.3	Teste de tempo de resposta	37
4.4	Preço médio do projeto eletrônico	41
4.5	Preço médio do da plataforma didática	41
4.6	Teste de tempo de resposta	44

Nomenclatura

CAD Computer-aided Design

LQI Controlador Linear Quadrático Integral

LQR Regulador Linear Quadrático

MIMO Multiple Input Multiple Output

PID Controlador Proporcional Integral e Diferencial

PWM Pulse Width Modulation

SIMO Single Input Multiple Output

SISO Single Input Single Output

Sumário

1	Introdução	11
2	Revisão da Literatura	15
2.1	Controle	15
2.1.1	Pêndulo invertido	15
2.1.2	Sistemas lineares e não lineares	16
2.1.3	Linearização de sistemas	18
2.1.4	Modelagem matemática	19
2.2	Mecânica	21
2.2.1	Análise de esforços mecânicos	21
2.3	Sistemas embarcados	22
2.3.1	Motores elétricos	22
2.3.2	Sensores	26
2.3.3	Microcontroladores	27
3	Materiais e Métodos	29
3.1	Estudo das variáveis do sistema	29
3.2	Definição dos componentes eletrônicos	30
3.3	Desenvolvimento do protótipo	30
3.4	Realização de testes e validação do sistema	31
4	Resultados e discussões	32
4.1	Análise dos esforços mecânicos e definição da estrutura	32
4.2	Análise dos componentes eletrônicos	36
4.3	Testes e validações	41
5	Considerações Finais	46
5.1	Trabalhos Futuros	46
Apêndice A Código individual de validação		49
A.1	Código de Verificação do Motor	49
A.2	Código de Calibração dos <i>Encoders</i>	50
Apêndice B Código completo de validação		52
B.1	Código de Validação da Plataforma Didática	52

Capítulo 1

Introdução

Contextualização

Ao longo dos anos, o controle automático tornou-se indispensável na automação industrial, com a aplicação ampla das teorias de controle, resultado de inúmeras pesquisas e estudos realizados nesse campo. As principais teorias de controle utilizadas em processos são a de controle clássico e de controle moderno.

A utilização do controle automático de processos permite a criação de meios para otimizar o desempenho de equipamentos, melhorar a qualidade de produtos ou serviços, reduzir custos, aumentar a produtividade e proporcionar, conseqüentemente, aumento nos lucros. Em determinadas situações, o uso desse controle torna-se necessário para viabilizar a aplicação adequada, como no caso do freio automático de um veículo, o sistema ABS (*Anti-lock Braking System*), que possui uma resposta tão rápida que a ação humana não é capaz de alcançar a mesma eficiência. (PESSÔA MARCELO; SPÍNOLA, 2014)

Um dos primeiros trabalhos conhecidos foi realizado por James Clerck Maxwell no século XIX, quando ele modelou matematicamente o regulador centrífugo para controlar a velocidade de uma máquina a vapor e definiu o conceito dos polos. Desde então, vários pesquisadores, como Nyquist, Hazen e Minorsky, desenvolveram estudos sobre controle, incluindo a estabilidade do sistema, métodos para determiná-la e controle de posição por meio de servomecanismos a relé. (BENNETT, 1979)

Na década de 1940, o uso do diagrama de Bode e os métodos de resposta em frequência trouxeram o controle linear em malha fechada para dentro das indústrias, utilizando o PID. As regras de ajuste dos controladores criadas por Ziegler e Nichols foram adicionadas às práticas das organizações, e no início da década de 1950, Evans desenvolveu o método do lugar das raízes. (NISE, 1996)

Embora a teoria de controle clássico seja amplamente utilizada no âmbito industrial, é importante notar que ela é limitada, pois é baseada em sistemas de uma única entrada e uma única saída (*SISO*). Com a complexidade crescente dos sistemas modernos, que frequentemente possuem múltiplas entradas e/ou múltiplas saídas (*MIMO*), o uso do controle clássico tornou-se não suficiente para atender esses sistemas de forma completa. A partir da década de 1960, com o advento dos computadores, tornou-se possível analisar sistemas de equações diferenciais diretamente no domínio do tempo com o emprego das variáveis de estado, o que levou ao desenvolvimento do controle via espaço de estados. (OGATA, 1970)

O pêndulo invertido é uma aplicação comum no controle moderno multivariável, que utiliza técnicas clássicas e avançadas de algoritmos de controle discreto, como PID, lead-lag,

redes neurais, controle fuzzy, LQR, LQI, entre outros. Esses tipos de projetos têm inúmeras aplicações na engenharia, como em sistemas robóticos subatuados e projetos de monociclos motorizados. O controle automático é indispensável em todas as áreas da engenharia e é utilizado em sistemas de veículos espaciais, sistemas robóticos, sistemas de manufatura modernos e em qualquer atividade industrial que envolva o controle de temperatura, pressão, vazão, entre outros.

Definição do Problema

Elaborar uma plataforma didática para implementação e estudos de controle multivariável aplicados em um pêndulo invertido, com o objetivo de permitir que alunos e professores envolvidos em pesquisas possam aprimorar seus conhecimentos e experiências em processos que envolvem modelos dinâmicos. O sistema é capaz de fornecer estratégias para a estabilização desses modelos, tornando-o uma ferramenta valiosa para estudos e aplicações práticas em controle multivariável.

Justificativa

No Campus Araxá do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, as disciplinas de controle contínuo e discreto são bem desenvolvidas com o auxílio das plantas didáticas do laboratório de automação. Entretanto, devido à complexidade dos sistemas, a infraestrutura para sistemas multivariável ainda não está disponível. Para suprir essa demanda, foi pensado em desenvolver uma plataforma didática de um pêndulo invertido que permitisse aos alunos do curso de Engenharia de Automação Industrial aplicar diversas técnicas durante o estudo no componente curricular de Controle Multivariável.

Além de ser fundamental para as aulas dessa disciplina, o projeto do pêndulo invertido também tem como objetivo promover o desenvolvimento de outras disciplinas do curso, tais como prototipagem rápida e simulação de ensaios mecânicos através de ferramentas *CAD* (*Computer-aided Design*), modelamento de sistemas de controle, projetos elétricos e eletrônicos para seleção de componentes e microcontrolador.

Objetivos

Objetivo Geral

Desenvolver um pêndulo invertido desde a análise e construção eletromecânica do modelo até a implementação do sistema embarcado no projeto proposto.

Objetivos Específicos

Tendo em vista o objetivo geral descrito anteriormente e o desenvolvimento do trabalho, os seguintes objetivos específicos ficam em destaque:

- construir um protótipo de pêndulo invertido desenvolvido apoiado sobre duas guias deslizantes e acionado mecanismo de pinhão e correia dentada;
- dimensionamento dos componentes eletromecânicos mediante a simulação de ensaios através de ferramentas *CAD*;
- dimensionar o modelo dinâmico do pêndulo invertido em variáveis de estado;
- implementar o sistema embarcado;
- realizar testes para validação dos resultados obtidos com a plataforma didática.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

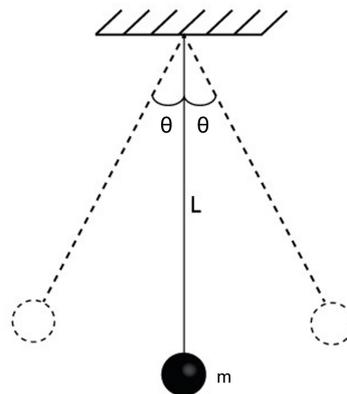
Neste capítulo, são detalhadas as fundamentações teóricas utilizadas no projeto dividido entre controle, sistemas embarcados e mecânica que são as bases necessárias para o desenvolvimento e construção de uma plataforma didática do tipo pêndulo invertido.

2.1 Controle

2.1.1 Pêndulo invertido

Um pêndulo simples ideal é composto de uma partícula suspensa por um fio inextensível e de massa desprezível, como mostra a Figura 2.1, e este quando afastado de sua posição de equilíbrio e solto, o pêndulo oscila periodicamente em um plano vertical sob ação da gravidade, o que irá permitir definir o período do movimento resultante. (RIBEIRO, 2007)

Figura 2.1: Pêndulo simples



Fonte: Toda Matéria

Os parâmetros mostrados na Figura 2.1 representam:

- m é a massa da partícula suspensa;
- L é o tamanho do fio; e
- θ é o ângulo que o fio faz com o eixo vertical quando a partícula se encontra em um dos seus pontos de máximo deslocamento positivo ou negativo.

Os experimentos envolvendo um pêndulo simples são de grande maioria para determinar a aceleração da gravidade. Galileu Galilei foi o primeiro a utilizar esse sistema analisando o período que o pêndulo exerce para estudar a gravidade. Com isso as relações entre período e as componentes naturais do sistema, como mostra a Equação 2.1.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (2.1)$$

Além do pêndulo simples existem diversos outros tipos, como o pêndulo de Kater, que tem como foco de estudo a gravidade também, o pêndulo de Foucault, que foi utilizado no estudo sobre o movimento de rotação da Terra, e o pêndulo invertido que é utilizado para estudos sobre controle moderno multivariável, que corresponde ao foco desse projeto.

O pêndulo invertido é, de acordo com (RIBEIRO, 2007), um mecanismo com característica dinâmica intrinsecamente instável e representa uma plataforma útil para o estudo de muitos outros mecanismos complexos. Realizando uma analogia simples para compreender a estabilidade de um sistema, podemos segurar um lápis ou um cabo de vassoura na palma da mão e tentar controlá-lo para alcançar um estado de equilíbrio total. Observa-se que, ao realizar esse experimento, quanto maior for o cabo, mais desafiador se torna controlá-lo e mantê-lo no equilibrado, já que o ponto de equilíbrio é instável e qualquer mínima alteração pode desequilibrar o sistema. A Figura 2.2 mostra um exemplo de um pêndulo invertido.

Figura 2.2: Pêndulo invertido



Fonte: Ip570 pêndulo invertido linear rotativo

Esse sistema possui aplicações em campos diversos, pode ser para brinquedos como o *hoverboard*, para a estabilização de foguetes durante o voo, e em controle da oscilação de arranha-céus com o uso de contrapesos móveis que são acionados hidraulicamente com o objetivo de compensar a ação do vento nesse tipo de construção. O projeto tem como foco uma plataforma didática que visa possibilitar estudos de técnicas de controle moderno multivariável.

2.1.2 Sistemas lineares e não lineares

Um sistema é dito linear se o princípio da superposição se aplicar a ele. O princípio da superposição afirma que a resposta produzida pela aplicação simultânea de duas funções de determinação diversas é a soma das duas respostas individuais. Então, para o sistema linear, a

resposta a diversas entradas pode ser calculada tratando uma entrada de cada vez e somando os resultados. (OGATA, 1970)

A abordagem do espaço de estados é um método abrangente para a modelagem, análise e projeto de uma ampla variedade de sistemas. Por exemplo, ela permite representar sistemas não lineares com folgas, saturação e zona morta. Além disso, é possível lidar de maneira conveniente com sistemas que possuem condições iniciais não nulas e sistemas que variam ao longo do tempo, como mísseis com variação no nível de combustível ou a sustentação de uma aeronave que voa em uma ampla faixa de altitudes. Muitos sistemas não se limitam a uma única entrada e saída, então sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas podem ser representados de forma concisa no espaço de estados, utilizando um modelo similar em forma e complexidade ao utilizado para sistemas de entrada e saída únicas. (NISE, 1996)

Todo sistema linear no espaço de estados pode ser descrito por uma série de equações de p entradas q saídas e n variáveis de estados, como a Equação 2.2 mostra.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{2.2}$$

Onde,

- A : matriz do sistema de tamanho $n \times n$;
- B : matriz de entrada de tamanho $n \times p$;
- C : matriz de saída de tamanho $q \times n$;
- D : matriz de transmissão direta de tamanho $q \times p$;
- x : vetor de estado de tamanho $n \times 1$;
- \dot{x} : derivada do vetor de estado de tamanho $n \times 1$;
- y : vetor de saída de tamanho $q \times 1$;
- u : vetor de entrada ou vetor de controle de tamanho $p \times 1$.

Sistemas não lineares são sistemas cujo comportamento não pode ser descrito por equações lineares. Ao contrário dos sistemas lineares, nos quais a relação entre as variáveis de entrada e saída é linear, os sistemas não lineares exibem relações não proporcionais e podem apresentar comportamentos complexos, como bifurcações, oscilações e caos. Eles são caracterizados por propriedades não lineares, como a não comutatividade da superposição de soluções, sensibilidade às condições iniciais e interações não triviais entre as variáveis. Essas características tornam a análise e o controle de sistemas não lineares mais desafiadores em comparação com os sistemas lineares. (KHALIL, 2002)

A representação de um modelo em espaço de estados de um sistema não linear se dá a partir de equações diferenciais ordinárias (EDO) como é mostrado na Equação 2.3.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_p, t) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_p, t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_p, t)\end{aligned}\tag{2.3}$$

Com isso, essas relações podem ser reescritas na forma de notação de vetores, assim como a Equação 2.4 mostra.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix}, f(x, u, t) = \begin{bmatrix} f_1(x, u, t) \\ f_2(x, u, t) \\ \vdots \\ f_n(x, u, t) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

É chamado de equação de estados a Equação 2.5 e refere x como o estado e u como entrada de tamanho n .

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2.5)$$

Outra relação que aparece quando trata-se de sistemas não lineares é a equação de saída, como mostra a Equação 2.6. Ela refere y como o vetor de saída de tamanho q .

$$y = h(x, u, t) \quad (2.6)$$

Onde, f e h são funções não lineares.

2.1.3 Linearização de sistemas

O comportamento de equações não lineares podem ser bem complicadas e com estudos restritos. Sendo assim, algumas dessas equações podem ser aproximadas para equações lineares seguindo condições específicas.

A linearização é um processo matemático que consiste em aproximar uma função não linear por uma função linear localmente em torno de um ponto específico. Em outras palavras, é uma técnica utilizada para simplificar funções não lineares, substituindo-as por aproximações lineares válidas em uma pequena região próxima a um ponto de interesse. (KHALIL, 2002)

Suponha então que para uma função de entrada $u_e(t)$ e um estado inicial $x_e(t)$ seja um ponto de equilíbrio da Equação 2.5, como a Equação 2.7 mostra.

$$\dot{x}_e(t) = f(x_e(t), u_e(t), t) = 0 \quad (2.7)$$

A aproximação linear de uma função é obtida através da expansão em série de Taylor, que envolve o cálculo de derivadas de diferentes ordens. O resultado é uma função linear que se aproxima da função original em uma determinada região, geralmente em torno de um ponto de referência. (STROGATZ, 1985)

Se a entrada é perturbada em grau pequeno então $u(t) = u_e(t) + \bar{u}(t)$, com isso o estado inicial também é levemente perturbado. Nesse caso pode-se expressar $x(t) = x_e(t) + \bar{x}(t)$ com $\bar{x}(t)$ para um t bem pequeno. De acordo em essas suposições pode-se expandir a Equação 2.5. A Equação 2.8 mostra essa expansão.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) + \dot{\bar{x}}(t) &= f(x_e(t) + \bar{x}(t), u_e(t) + \bar{u}(t), t) \\ \dot{x}(t) + \dot{\bar{x}}(t) &= f(x_e(t), u_e(t), t) + \frac{\partial f}{\partial x} \bar{x} + \frac{\partial f}{\partial u} \bar{u} + \dots \end{aligned} \quad (2.8)$$

Onde, para $f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ e $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix}$ pode ser montada a matriz de linearização, como a Equação 2.9 mostra.

$$\begin{aligned} \bar{A}(t) &:= \frac{\partial f}{\partial x} := \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{matrix} x = x_e \\ u = u_e \end{matrix} \\ \bar{B}(t) &:= \frac{\partial f}{\partial u} := \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_p} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial u_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_p} \end{bmatrix} \begin{matrix} x = x_e \\ u = u_e \end{matrix} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Usando a Equação 2.7 e não considerando ordens maiores de $x_e(t)$ pode-se reduzir a Equação 2.9 de acordo como é descrito na Equação 2.10.

$$\dot{\hat{x}}(t) = \bar{A}(t)\bar{x}(t) + \bar{B}(t)\bar{u}(t) \quad (2.10)$$

Deixando, então, o modelo com a representação de espaço de estados da forma de um sistema linear.

2.1.4 Modelagem matemática

De acordo com (OGATA, 1970) o modelo matemático de um sistema dinâmico é definido como um conjunto de equações que representa a dinâmica do sistema com precisão ou, pelo menos, razoavelmente bem. A dinâmica de sistemas mecânicos, elétricos, térmicos econômicos, biológicos por exemplo podem ser definidas por equações diferenciais oriundas das leis da física que regem o sistema, como as leis de Newton para sistemas mecânicos e as Leis de Kirchoff para sistemas elétricos.

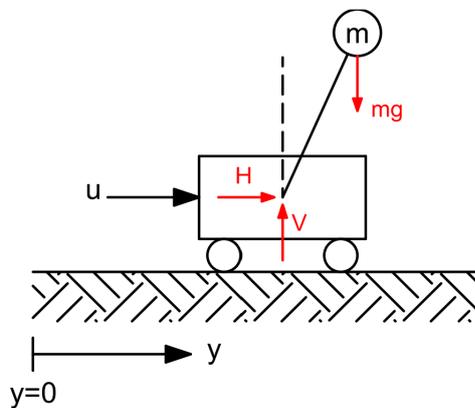
Em controle clássico os modelos são estudados por funções de transferência que relacionam a entrada e a saída do sistema representado por uma equação diferencial linear invariante no tempo que é definida como a relação entre a transformada de Laplace da saída e a transformada de Laplace da entrada, com todas as condições iniciais nulas.

Com a complexidade das tarefas aumentando e as tolerâncias diminuindo, os controles ficam mais complexos e tem como requisito maior precisão. Para atender esse objetivo, os sistemas passam a ter várias entradas e várias saídas. Sendo assim, as análises em espaço de estados se tornam mais adequadas já que trabalha com tipos de sistemas lineares e não-lineares. Na modelagem de sistemas dinâmicos, a análise no espaço de estados abrange três tipos de variáveis: variáveis de entrada, variáveis de saída e variáveis de estado.

O modelo de um pêndulo invertido baseado no espaço de estados pode vir a partir das grandezas:

- M : Massa do carro;
- m : massa do pêndulo;
- H : força horizontal exercida pelo carro no pêndulo;
- V : força vertical exercida pelo carro no pêndulo;
- l : comprimento do pêndulo;
- I : inércia do pêndulo.

Figura 2.3: Modelo de um pêndulo invertido



Fonte: Material de Aula - Controle Moderno Multivariável

A Figura 2.3 representa um modelo não linear de um pêndulo invertido e as equações que regem ele são mostradas na Equação 2.11.

Aplicando as leis de Newton para movimento linear tem-se:

$$\begin{aligned} m\ddot{y} &= u - H \\ H &= m\ddot{y} + ml \cos(\theta)\dot{\theta} - ml \sin(\theta)\dot{\theta}^2 \\ mg - V &= ml[\theta \sin(\theta) - \dot{\theta}^2 \cos(\theta)] \end{aligned} \quad (2.11)$$

Seja $I = ml^2$ o momento de inércia do pêndulo em torno do ponto de giro em relação ao carro. Agora, aplicando a lei de Newton para o movimento de rotação do pêndulo, como mostra a Equação 2.12.

$$\begin{aligned} I\ddot{\theta} &= mgl \sin(\theta) - mjl \cos(\theta) \\ ml^2\ddot{\theta} &= mgl \sin(\theta) - mjl \cos(\theta) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Como o objetivo é controlar o ângulo θ próximo de zero, então pode-se assumir que os valores de θ e $\dot{\theta}$ são pequenos e aproximar $\sin(\theta) \cong \theta$ e $\cos(\theta) \cong 1$, realizando assim, um tipo de linearização. A Equação 2.13 mostra essa aproximação.

$$\begin{aligned} M\ddot{y} &= -mg\theta + u \\ Ml\ddot{\theta} &= (M + m)g\theta - u \end{aligned} \quad (2.13)$$

Sendo assim a Equação 2.15 representa o modelo da Equação 2.13 em função de equações diferenciais aplicando as variáveis de estado. Considerando de acordo com as relações descritas na Equação 2.14, tem-se:

$$\begin{aligned} x_1 = y; \dot{x}_1 = \dot{y} = x_2; \dot{x}_2 = \ddot{y} \\ x_3 = \theta; \dot{x}_3 = \dot{\theta} = x_4; \dot{x}_4 = \ddot{\theta} \end{aligned} \rightarrow x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}; \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} M\dot{x}_2 &= -mgx_3 + u \\ Ml\dot{x}_4 &= (M + m)gx_3 - u \end{aligned} \quad (2.15)$$

Com isso, pode-se definir o sistema de equações lineares no espaço de estados. A Equação 2.16 mostra o modelo.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(M+m)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{-1}{Ml} \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \end{aligned} \quad (2.16)$$

2.2 Mecânica

2.2.1 Análise de esforços mecânicos

A análise de esforços, conforme abordada por (HIBBELER, 2013), consiste em determinar as tensões, deformações e deslocamentos em uma estrutura submetida a diversas cargas. Essa análise desempenha um papel fundamental na compreensão do comportamento estrutural e na garantia da segurança e eficiência do projeto. Ela abrange o estudo das forças internas, como tensões normais (tração e compressão), tensões de cisalhamento e momentos fletores, além das deformações resultantes desses esforços.

Para essa análise as equações de equilíbrio de força e de momentos de equilíbrio são essenciais e devem ser satisfeitas ao longo de três eixos independentes. Como a Equação 2.17 mostra.

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum F_z = 0 \\ \sum M_x = 0 \quad \sum M_y = 0 \quad \sum M_z = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

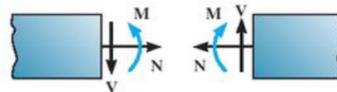
Tendo em vista que as estruturas suportam cargas, na maioria das vezes em um único plano, pode-se reduzir a Equação 2.17 de acordo com a Equação 2.18.

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_o = 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Onde, $\sum F_x = 0$ e $\sum F_y = 0$ representam, respectivamente, as somas algébricas dos componentes x e y de todas as forças que atuam sobre a estrutura, e $\sum M_o = 0$ representa a soma algébrica dos momentos desses componentes de força em torno de um eixo perpendicular ao plano $x - y$ e passando através do ponto o .

Caso seja necessário determinar as cargas internas em um ponto específico de uma estrutura, é necessário utilizar o método das seções. Esse método envolve a realização de um "corte" ou seção perpendicular ao eixo do membro no ponto onde a carga interna precisa ser determinada. A partir desse corte, um diagrama de corpo livre do segmento isolado é criado e as cargas internas são então calculadas usando as equações de equilíbrio aplicadas ao segmento. Em geral, as cargas internas presentes na seção consistirão de uma força normal N , uma força de cisalhamento V e um momento fletor M , conforme ilustrado na Figura 2.4. (HIBBELER, 2013)

Figura 2.4: Cargas internas



Fonte: (HIBBELER, 2013)

Através dessa análise, é possível avaliar a capacidade de suporte da estrutura, identificar áreas críticas, determinar a distribuição de tensões e otimizar o projeto.

Durante a análise de esforços, são utilizadas teorias e princípios da mecânica dos sólidos, como a teoria da elasticidade, para determinar as respostas estruturais. Além disso, ferramentas computacionais, como softwares de elementos finitos, podem ser empregadas para auxiliar na análise, permitindo simular o comportamento da estrutura e obter resultados mais precisos.

2.3 Sistemas embarcados

2.3.1 Motores elétricos

O torque é uma grandeza física que representa a capacidade de uma força de rotacionar um objeto em torno de um eixo. Ele é definido como o produto do valor da força aplicada perpendicularmente à distância entre o eixo de rotação e a linha de ação da força. A velocidade, por sua vez, é uma grandeza que descreve a taxa de mudança de posição de um objeto em relação ao tempo. No contexto da cinemática, a velocidade é uma quantidade vetorial que inclui a magnitude e a direção do movimento. (HALLIDAY, 2003)

Existe uma correlação direta entre torque e velocidade em um sistema de rotação, como um motor ou uma máquina. Essa correlação mostra que potência de saída de um motor é igual ao produto do torque pela velocidade angular. A potência de saída P de um motor é dada pela Equação 2.19. (UMANS, 2014)

$$P = \tau \times \omega \quad (2.19)$$

Onde,

- P é a potência [W];
- τ é o torque [N.m]; e
- ω é a velocidade angular [rad/s].

A velocidade angular (ω) representa a taxa de variação do ângulo de rotação em relação ao tempo. Ela está relacionada à velocidade linear (V) do objeto pela Equação 2.20.

$$V = \omega \times r \quad (2.20)$$

Onde,

- V é a velocidade linear [m/s]; e
- r é o raio de rotação, que é a distância do eixo de rotação ao ponto em análise [m].

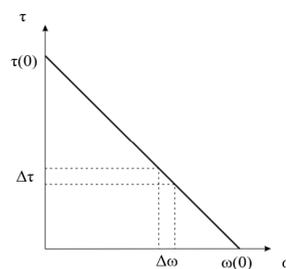
No projeto do pêndulo invertido, o motor de passo ou o motor de corrente contínua poderiam ser utilizados como soluções para o seu funcionamento.

Motor de corrente contínua

Motores de corrente contínua são dispositivos eletromecânicos que convertem energia elétrica de corrente contínua em energia mecânica rotativa. Eles são amplamente utilizados em uma variedade de aplicações industriais, automotivas e comerciais devido à sua capacidade de controle preciso de velocidade e torque.

Assim, pode-se observar que o torque está relacionado à capacidade de produzir potência em um sistema de rotação, enquanto a velocidade angular está relacionada à velocidade linear do objeto em rotação, como a Figura 2.5 mostra.

Figura 2.5: Curva Velocidade x Torque

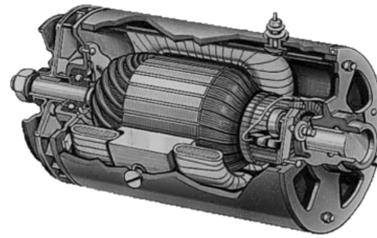


Fonte: (TOLEDO CAMARGO, 2022)

Em geral, em sistemas de rotação, é possível observar uma relação inversamente proporcional entre torque e velocidade angular. Isso significa que, em um sistema onde o torque aumenta, a velocidade angular tende a diminuir, e vice-versa. Essa relação é descrita pela chamada curva de torque-velocidade, que é específica para cada tipo de motor ou máquina rotativa. (UMANS, 2014)

Uma máquina de corrente contínua é composta por um enrolamento de campo colocado no estator e por outro enrolamento no rotor; normalmente, chamado de enrolamento de

Figura 2.6: Motor de corrente contínua



Fonte: (TOLEDO CAMARGO, 2022)

armadura, além de um comutador composto por escovas e lâminas. A Figura 2.6 mostra o corte de uma máquina de corrente contínua.

Nesse corte, os elementos essenciais da máquina de corrente contínua são visíveis. O enrolamento de campo está fixo no estator, enquanto as bobinas do rotor estão conectadas às lâminas do comutador. As escovas do comutador, presas no estator, mantêm contato com ele durante a rotação do rotor. O comutador é responsável por permitir a inversão da corrente no enrolamento de armadura, resultando na variação do campo magnético e no movimento rotativo do rotor. Tanto o enrolamento de campo quanto o enrolamento de armadura são alimentados por uma fonte de tensão contínua. (UMANS, 2014)

Motor de passo

As máquinas de relutância variável (MRV) podem ser divididas em dois tipos: máquinas de relutância variável salientes (Figura 2.7a) e duplamente salientes (Figura 2.7b). Ambas possuem características distintas, como rotores sem enrolamentos ou ímãs permanentes, e utilizam uma única fonte de excitação aplicada aos enrolamentos do estator. Nessas máquinas, as indutâncias dos enrolamentos do estator variam de acordo com a posição angular do rotor.

Figura 2.7: Máquinas de relutância variável



Fonte: (UMANS, 2014)

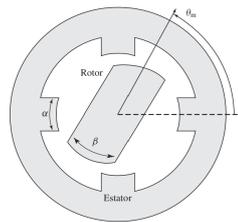
Fonte: (UMANS, 2014)

Uma MRV simétrica com p_s polos de estator e p_r polos de rotor pode ser submetida a um teste simples para determinar a presença de posições de conjugado nulo. Se a razão p_s/p_r for

um número inteiro, isso indica a existência de posições de conjugado nulo. Por exemplo, em uma máquina com relação de polos 6/4, a razão é 1,5, o que significa que não há posições de conjugado nulo. No entanto, em uma máquina 6/3, a razão é 2,0, o que indica a presença de posições de conjugado nulo. (UMANS, 2014)

Em alguns casos, as restrições de projeto podem tornar desejável uma máquina que tenha uma razão inteira de polos. Nesses casos, é possível eliminar as posições de conjugado nulo por meio da construção de um rotor assimétrico. Por exemplo, é possível variar o raio do rotor de acordo com o ângulo, como ilustrado na Figura 2.8. (UMANS, 2014)

Figura 2.8: MRV assimétrico

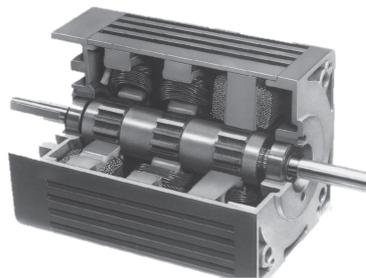


Fonte: (UMANS, 2014)

Quando as fases de uma MRV são energizadas sequencialmente, passo a passo, a MRV irá girar em um ângulo específico a cada passo. Motores projetados para aproveitar essa característica são chamados de motores de passo. Uma característica fundamental dos motores de passo é sua compatibilidade com sistemas eletrônicos digitais.

Esses sistemas são amplamente utilizados em uma variedade de aplicações e estão se tornando cada vez mais poderosos e acessíveis. Os motores de passo (Figura 2.9) são frequentemente empregados em sistemas de controle digital, nos quais o motor recebe comandos em malha aberta na forma de um trem de pulsos, permitindo que o eixo gire ou que um objeto seja movido por uma distância específica.

Figura 2.9: Motor de passo



Fonte: (UMANS, 2014)

Os motores de passo possuem características que não são tão adequadas para o sistema do pêndulo invertido. Sendo as mais importantes ele possuir torque elevado, mas somente para baixas velocidades; e não tem ajuste tão fino quanto o motor de corrente contínua por somente possuir posições para valores discretos. Por isso, o uso do motor de corrente contínua se torna uma opção mais viável no projeto já que, com ajuda de redutores de velocidade, ele tem torque suficiente para altas velocidades e pode ser inserido nele valores contínuos para a movimentação do carro ser mais precisa.

2.3.2 Sensores

Sensores são dispositivos ou elementos que têm a capacidade de converter uma grandeza física ou estado do ambiente em um sinal mensurável ou quantificável. Eles são amplamente utilizados em uma variedade de áreas, como automação industrial, eletrônica, engenharia, medicina, por exemplo. Os sensores captam informações do ambiente ou de um sistema e as convertem em sinais elétricos, ópticos ou mecânicos, que podem ser facilmente processados e utilizados para monitorar, controlar ou tomar decisões. Esses sinais podem representar grandezas como temperatura, pressão, umidade, luz, movimento, aceleração. Pode-se também considerar todo sensor um instrumento de medição e todos podem ser interpretados como um sistema com entrada e saída, já que é um processo físico. (AGUIRRE, 2013)

Sendo assim, um instrumento de medição pode ser representado de acordo com a Figura 2.10, em que a entrada é a variável que se deseja medir e saída é a indicação fornecida pelo instrumento. (AGUIRRE, 2013)

Figura 2.10: Representação ideal de um instrumento genérico



Fonte: (AGUIRRE, 2013)

Durante o projeto, serão utilizados certos instrumentos de medição para definir as posições do pêndulo e do carro, uns mais ou menos precisos dependendo da sua aplicação. Dentre eles temos os sensores fim de curso e o *encoder*.

Sensores fim de curso

São dispositivos utilizados para detectar a presença ou ausência de um objeto ou a posição de uma determinada parte em um sistema mecânico. Eles são frequentemente utilizados em máquinas e equipamentos industriais para fornecer informações para a realimentação e auxiliar no controle de movimento e posicionamento, por exemplo os sensores de fim de curso de alavanca; de proximidade; e óptico ou optoeletrônico. A imagem mostra exemplos desses tipos de sensores na Figura 2.11a, na Figura 2.11b e na Figura 2.11c, respectivamente.

Figura 2.11: Sensores fim de curso

(a) Alavanca



Fonte: WEG - Linha SLW

(b) Proximidade



Fonte: WEG - Linha SL

(c) Óptico



Fonte: WEG - Sensores ópticos

Encoder Rotativo

Um *encoder*, também conhecido como codificador ou sensor de posição rotacional, é um dispositivo eletrônico utilizado para medir e acompanhar a posição, velocidade e direção de rotação de um eixo ou objeto em movimento. Ele fornece informações precisas sobre a posição angular ou linear de um componente, permitindo o controle preciso de sistemas. O funcionamento básico de um *encoder* envolve a geração de pulsos elétricos em resposta ao movimento do eixo ou objeto. A Figura 2.12 mostra um exemplo desse componente.

Figura 2.12: Encoder



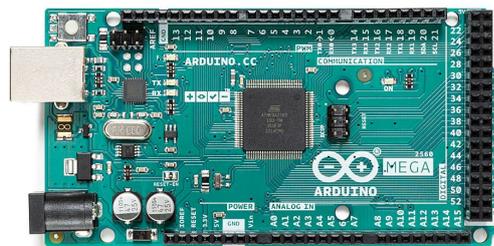
Fonte: Encoder Incremental E50S8-200-3-T-24

2.3.3 Microcontroladores

Microcontroladores são dispositivos eletrônicos integrados que combinam um processador, memória, periféricos de entrada e saída, além de outros recursos, em uma única placa. Eles são projetados para controlar e executar funções específicas em sistemas embarcados, desde dispositivos domésticos simples até aplicações industriais complexas. (CAVALCANTE, 1927)

Dentre as inúmeras funções que um microcontrolador pode fazer, uma que se destaca é a possibilidade de modulação de um sinal digital para controlar a velocidade de um motor ou o brilho de um LED, por exemplo. A técnica PWM consiste em variar a largura de um sinal digital em uma sequência de pulsos. Esses pulsos têm uma duração fixa, mas a largura do pulso ativo varia proporcionalmente ao valor desejado. Essa variação da largura do pulso é responsável pelo controle da potência ou intensidade do sinal. A Figura 2.13 representa um microcontrolador do tipo Arduino Mega.

Figura 2.13: Microcontrolador - Arduino Mega



Fonte: Arduino Store

Para interligar todas as partes do sistema um microcontrolador é essencial no processo, ele é o cérebro que vai tomar as decisões para o funcionamento da plataforma didática. Nele vão estar ligados os sensores tanto os posicionais quanto o angular, além do motor que vai movimentar o carro. O microcontrolador permite carregar algoritmos nele para que o controle seja feito a partir dos parâmetros coletados com as análises de esforços e os outros no modelamento.

Capítulo 3

Materiais e Métodos

O modelo de um pêndulo invertido é amplamente conhecido e estudado na teoria do controle moderno multivariável, resultando em várias aproximações do sistema real. No entanto, os estudantes de engenharia não possuem formas de testar seus conhecimentos em técnicas de controle multivariável. O projeto da plataforma didática possui as condições necessárias para aplicar tais técnicas.

Neste capítulo, as etapas de desenvolvimento da plataforma didática para implementação e estudo de técnicas de controle multivariável serão apresentadas. São elas:

- estudo das variáveis do sistema;
- análise de esforços mecânicos e definição da estrutura;
- definição dos componentes eletrônicos;
- desenvolvimento do protótipo;
- realização de testes e validação do sistema.

3.1 Estudo das variáveis do sistema

No início do projeto, foi fundamental identificar as variáveis que influenciarão o controle do pêndulo. Inicialmente, destacamos o ângulo do pêndulo em relação ao eixo vertical e sua posição como as principais variáveis de estado a serem estudadas. Essas variáveis serão utilizadas como ponto de partida para conduzir estudos em diferentes partes do sistema, a fim de identificar novas variáveis de estado que aprimorem a precisão do modelo e facilitem a implementação do controle.

Além das variáveis de estado, é importante mencionar que o pêndulo invertido possui uma única entrada, que é a tensão aplicada no motor, e múltiplas saídas, como a posição do pêndulo em relação ao eixo vertical e a posição do carrinho. Isso classifica o sistema como SIMO (Single Input, Multiple Output). Essas variáveis também serão estudadas com o mesmo objetivo de melhorar a precisão do modelo.

Análise de esforços mecânicos e definição da estrutura

Com o auxílio de simulações computacionais baseadas em desenhos criados no software Autodesk Inventor Professional[®], será feita uma análise preliminar precisa da resistência aos esforços mecânicos de todo o sistema, comparando diferentes tipos dimensionamentos físicos do sistema. Isso nos permitirá definir a estrutura do projeto e avançar nas etapas de desenvolvimento com confiança.

3.2 Definição dos componentes eletrônicos

A partir da definição da estrutura, os componentes do sistema embarcado são especificados detalhadamente para atender às necessidades específicas do pêndulo invertido. Nesse estágio, é realizada análises para determinar quais componentes eletromecânicos são mais adequados para o sistema. Após o dimensionamento dos componentes, a construção do protótipo é iniciada, combinando diferentes métodos de fabricação. Algumas partes do protótipo são produzidas por manufatura aditiva, utilizando uma impressora 3D, o que permite flexibilidade e personalização. Outras peças, por sua vez, são adquiridas de materiais mais robustos, como o aço inoxidável, visando suportar os esforços mecânicos presentes no sistema e garantir a durabilidade diante do uso contínuo e do desgaste ao longo do tempo.

Para a definição precisa dos componentes eletromecânicos, são realizados testes abrangentes com o protótipo montado. Esses testes têm como objetivo caracterizar os tempos de resposta do sistema e as forças aplicadas. Com base nesses testes, é possível quantificar o torque necessário para o funcionamento adequado do sistema, além de determinar a tensão e a corrente elétrica requeridas para o motor. Essa abordagem assegura que os parâmetros críticos sejam cuidadosamente avaliados, proporcionando um desempenho otimizado e uma eficiência energética do sistema. A partir desses resultados, o motor é selecionado de acordo com as especificações obtidas, e o método de acionamento é definido de forma a garantir o controle eficaz do pêndulo invertido, atendendo assim aos critérios de estabilidade e resposta dinâmica esperados.

3.3 Desenvolvimento do protótipo

Com o sistema mecânico já devidamente instalado e os componentes eletrônicos definidos, inicia-se a etapa de integração da eletrônica no conjunto do protótipo. Essa fase é fundamental para o desenvolvimento, pois envolve a montagem cuidadosa e a conexão dos circuitos, sensores, atuadores e controladores que compõem a parte eletrônica do projeto.

Primeiramente, é realizada a disposição estratégica do circuito, que devem ser fixadas de maneira a minimizar interferências eletromagnéticas e a garantir fácil acesso para manutenção. Em seguida, os sensores, responsáveis por captar dados críticos para o funcionamento do sistema, são posicionados em locais otimizados para maximizar a precisão das leituras. O motor também é montados e conectado ao controlador, de forma a garantir uma resposta rápida e eficiente aos comandos do sistema de controle.

Após a inserção dos componentes eletrônicos no conjunto mecânico, é realizada uma verificação minuciosa de todas as conexões e da comunicação entre os dispositivos. Testes de continuidade elétrica e integridade dos sinais são executados para assegurar que não haja falhas ou mau contato que possam comprometer o desempenho do protótipo.

3.4 Realização de testes e validação do sistema

Nesta etapa, a integração é finalizada com testes de funcionamento que simulam condições reais de operação, como os testes de tempo de resposta do atuador e a calibração dos *encoders* rotatórios. Esses testes são cruciais para validar o comportamento conjunto dos sistemas mecânico e eletrônico, garantindo que o protótipo responda de forma eficiente e precisa aos comandos e que todas as funcionalidades planejadas estejam operando dentro dos parâmetros esperados. O desenvolvimento do protótipo não só possibilita ajustes finos no *design*, como também oferece *insights* valiosos para otimizar o desempenho e a durabilidade do sistema como um todo.

O objetivo desses testes é validar o sistema como uma plataforma didática para a implementação de técnicas de controle multivariável. Os resultados obtidos, juntamente com as análises, observações e conclusões pertinentes, serão apresentados em conformidade com os objetivos estabelecidos.

Capítulo 4

Resultados e discussões

Este capítulo detalha os testes realizados para a definição da estrutura física e dos componentes eletrônicos do equipamento, abordando desde a seleção e montagem dos materiais até a integração dos sistemas eletromecânicos. Serão descritos os critérios de escolha dos componentes, como sensores, atuadores e controladores, bem como os procedimentos experimentais adotados para avaliar a capacidade e durabilidade do sistema.

Além disso, serão apresentados os testes de validação do equipamento para garantir seu desempenho adequado em estudos de controle multivariável. Esses testes incluem a análise da resposta dinâmica do sistema, a verificação da precisão dos sensores e a calibração dos atuadores. A partir desses resultados, serão discutidas as possíveis otimizações e ajustes necessários para que o equipamento atenda aos requisitos específicos para experimentos avançados em controle multivariável.

4.1 Análise dos esforços mecânicos e definição da estrutura

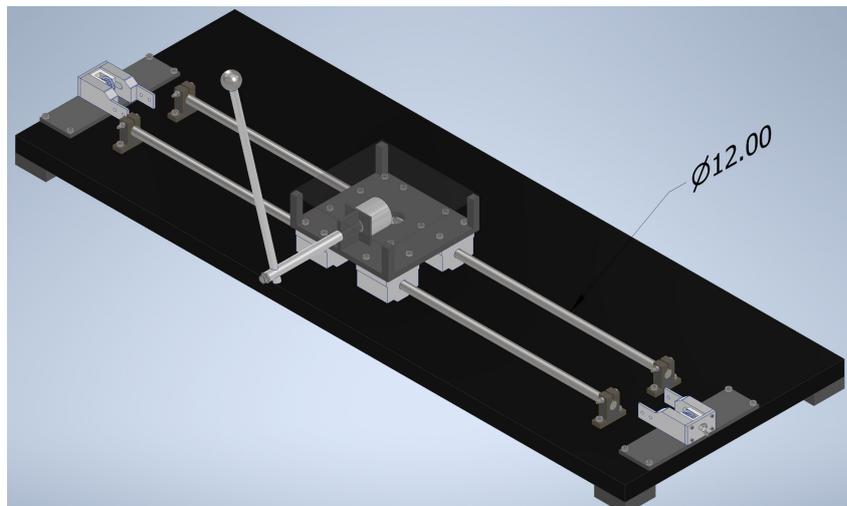
Esta seção apresentará uma análise aprofundada da estrutura, abordando os diferentes aspectos considerados durante o processo de avaliação e desenvolvimento. Serão explorados em detalhes os critérios utilizados para o dimensionamento estrutural, como resistência dos materiais, distribuição de cargas, estabilidade e segurança, bem como as modificações necessárias para otimizar sua performance.

Os modelos 3D e simulações de análise de esforços foram utilizados no modelamento do sistema e análise da qualidade do deslizamento dos *pillow blocks* que estão apoiando o carro no eixo linear. Neste capítulo é apresentado o desenvolvimento do projeto.

Para um funcionamento mais eficiente do sistema e um modelo matemático mais abrangente, é essencial realizar uma análise detalhada dos esforços para definir a flexão máxima do eixo. Assim, foi criado um modelo tridimensional no software Autodesk Inventor Professional® para representar um conjunto contendo um eixo de diâmetro de 12mm, conforme ilustrado na Figura 4.1.

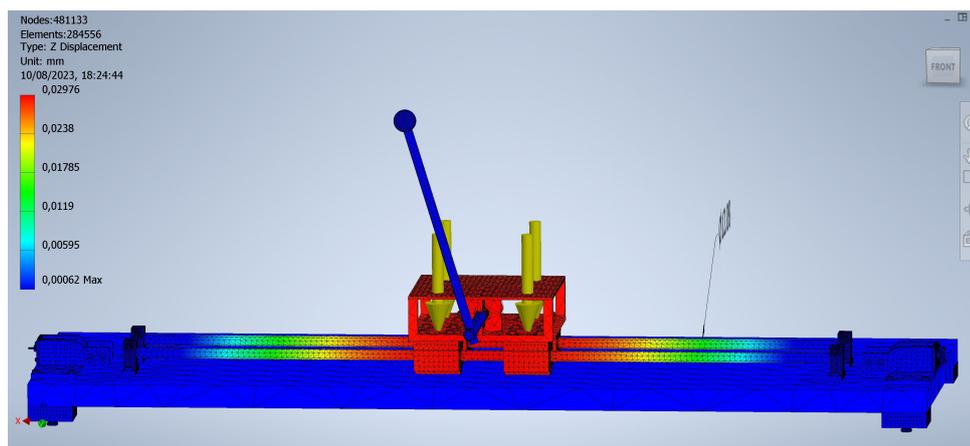
Com o modelo pronto, foi feita a simulação de análise de esforços do sistema, como mostra a Figura 4.2.

Figura 4.1: Modelo 3D - conjunto de 12mm



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 4.2: Simulação de análise de esforços - conjunto de 16mm



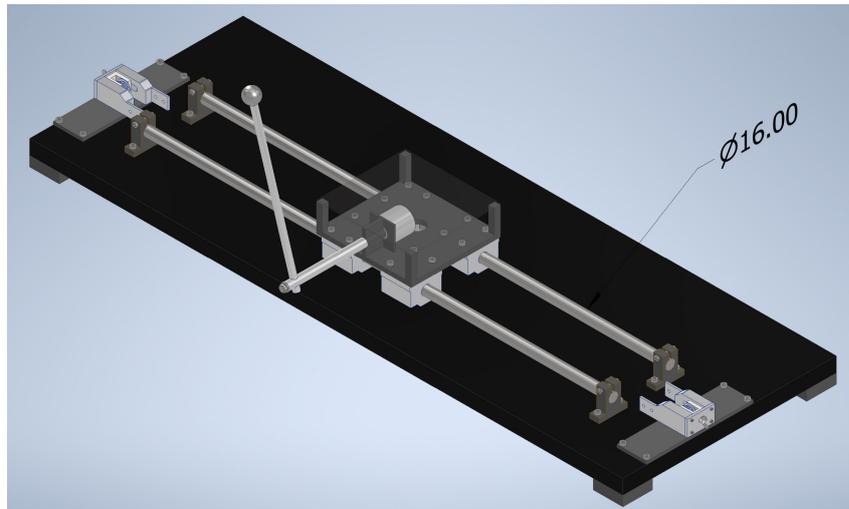
Fonte: Elaborada pelo autor

De acordo com o observado na Figura 4.2, pode-se dizer que a flexão da barra é maior no centro dela atingindo o valor de $0,1191\text{mm}$, ou então $119,1\mu\text{m}$. Isso significa que o atrito entre o eixo e os *pillow blocks* pode ser considerável dependendo da tolerância do rolamento deles.

Outra opção foi o conjunto de 16mm de diâmetro do eixo para comparação e definição do conjunto que melhor atende a aplicação. A Figura 4.3 mostra esse modelo.

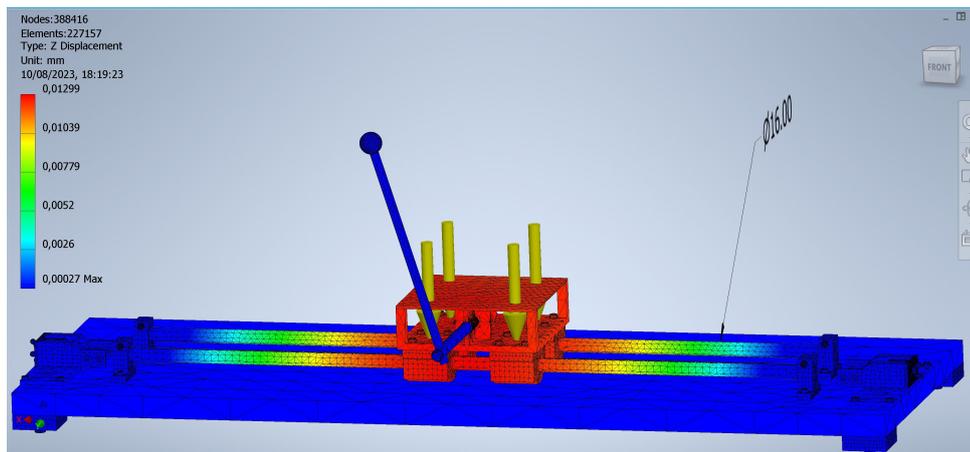
A Figura 4.4 mostra a simulação referente ao modelo 3D da Figura 4.1.

Figura 4.3: Modelo 3D - conjunto de 16mm



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 4.4: Simulação de análise de esforços - conjunto de 16mm



Fonte: Elaborada pelo autor

A Figura 4.4 permite, também, analisar a flexão do eixo. O seu ponto crítico está no centro com $0,05218\text{mm}$, ou então $52,18\mu\text{m}$. Comparando com o observado na Figura 4.2, o modelo baseado no eixo de 16mm é mais seguro de determinar que a flexão não irá interferir no deslizamento do carro sobre o eixo. Como o modelo mostrado na Figura 4.3 é bem mais volumoso pode não ser uma opção muito viável e acarretar outros problemas, como a dificuldade no transporte e aumento de preço das peças. A escolha entre os dois projetos foi feita analisando a viabilidade, a tolerância dos *pillow blocks*, preço das peças, peso do conjunto, entre outros.

Com base nos dados obtidos das simulações realizadas para os componentes de 12mm e 16mm , foi decidido optar por um conjunto mais leve e mais fácil de transportar, econômico, que também possui maior disponibilidade no mercado. As análises dos esforços demonstraram que os *pillow blocks* não exibiram comportamentos que justificassem a necessidade de um conjunto mais resistente. Assim, a escolha recaiu sobre uma solução mais acessível, que atende adequadamente aos requisitos sem comprometer o desempenho.

A Tabela 4.1 apresenta uma análise detalhada dos custos envolvidos na aquisição do conjunto de componentes de 12mm. Nessa tabela, estão listados todos os itens que compõem o conjunto, juntamente com seus respectivos preços, permitindo uma visão clara e precisa do investimento necessário para obter o kit completo.

Tabela 4.1: Conjunto de 12mm em relação ao preço

<i>Material</i>	<i>Preço médio</i>
2 Eixos Retificados Cromados 12mm X 800mm H7 Sae 1045	R\$ 220,00
Pack 4 Suportes Sk12 + 4 Pillow Block Para Eixo 12mm	R\$ 132,00
Total	R\$ 352,00

Fonte: Elaborada pelo autor

A mesma análise detalhada foi feita para o conjunto de 16mm, como mostrado na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Conjunto de 16mm em relação ao preço

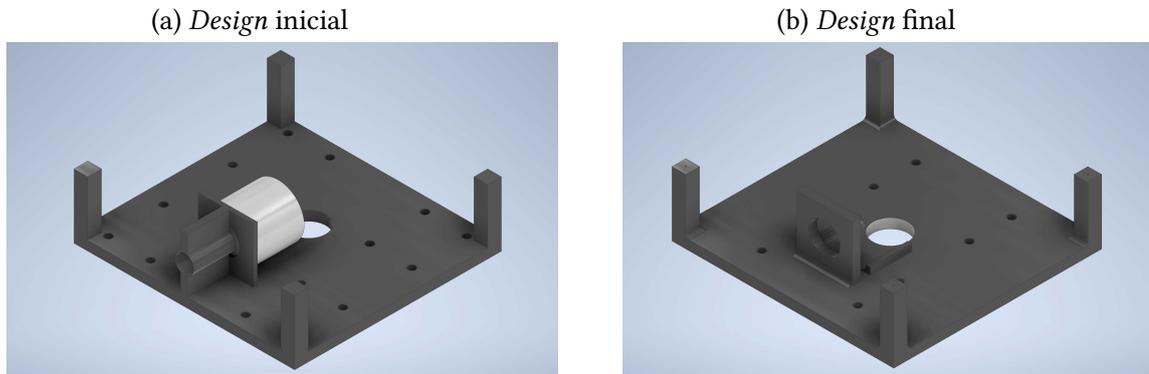
<i>Material</i>	<i>Preço médio</i>
2 Eixos Retificado Cromado 16mm X 1000mm H7 Sae 1045	R\$ 330,00
4 Suporte 16mm Sk16 + 4 Pillow Block 16mm Eixo 16mm	R\$ 225,00
Total	R\$ 555,00

Fonte: Elaborada pelo autor

Com a definição do conjunto mecânico estabelecida, pode-se avançar para a próxima fase do projeto, que envolve a utilização de manufatura aditiva para a fabricação da estrutura que abriga o pêndulo. Este processo é composto por várias tentativas, cada uma delas essencial para garantir que o projeto final atenda aos requisitos específicos do sistema.

É necessário desenvolver e testar diferentes versões do *design* por meio de impressões 3D, o que permitiu ajustes e otimizações. Cada iteração serve para avaliar a funcionalidade, a resistência e a adequação da estrutura ao sistema, assegurando que o componente produzido seja não apenas funcional, mas também eficiente e durável. Com cada etapa cuidadosamente planejada e executada, o objetivo é obter um componente final que atenda perfeitamente às especificações e exigências do projeto, garantindo sua integração eficaz no sistema.

A partir dos testes realizados, foi definido o *design* final do carrinho para acomodar melhor o *encoder* e o pêndulo, corrigindo problemas identificados na versão inicial. O *design* original, como mostrado na Figura 4.5a, apresentava uma parte frontal que interferia na rotação da haste do pêndulo, comprometendo seu movimento. Para solucionar esse problema, o novo *design* inclui ajustes importantes além da remoção do impeditivo encontrado anteriormente, como a remoção de cantos vivos e o aumento da espessura da parede onde o *encoder* é fixado. Essas modificações proporcionam maior estabilidade e precisão durante o uso da plataforma didática, garantindo um desempenho mais confiável e seguro. O *design* revisado, como ilustrado na Figura 4.5b, reflete essas melhorias e otimiza a integração dos componentes, assegurando uma melhor experiência prática de aprendizado.

Figura 4.5: *Design* do carrinho

Fonte: Elaborado pelo autor

Fonte: Elaborado pelo autor

4.2 Análise dos componentes eletrônicos

Esta seção apresenta o processo de seleção dos componentes eletrônicos, incluindo motor, circuito de acionamento, microcontrolador e sensores, com base nos resultados obtidos a partir de experimentos práticos. A definição de cada componente é discutida de forma a justificar as escolhas técnicas feitas para atender aos requisitos do sistema.

Motor e acionamento

Para realizar o teste de tempo de resposta do motor, foi necessário medir o tempo que o motor levou para responder a um comando de acionamento. Primeiramente, configurou-se o equipamento necessário, incluindo o motor, uma fonte de alimentação adequada, um controlador para enviar o comando de acionamento e um osciloscópio para registrar o tempo de resposta.

O procedimento do teste começou com a inicialização, garantindo que o motor e todos os equipamentos estavam corretamente conectados e funcionando. Em seguida, enviou-se um comando de acionamento ao motor, como um sinal de tensão. Utilizou-se o osciloscópio para registrar o tempo entre o envio do comando e o momento em que o motor chegou no final do curso do eixo linear. Repetiu-se o teste várias vezes para assegurar a precisão e a consistência dos resultados.

Após a coleta dos dados, analisou-se para determinar o tempo médio de resposta. Compararam-se os tempos de resposta obtidos com os valores esperados para dimensionar o motor que melhor atende ao sistema. O motor que foi utilizado para fazer a simulação, já com a carga incluída, possui corrente de pico de 360 mA , tensão de 5 V e potência de $2,4\text{ W}$. Foi medido também o tempo de deslocamento, 10 s , o curso que o carrinho percorre, 775 mm , e o diâmetro da coroa dentada utilizada para transferir a energia do motor para a carga, 13 mm . Com esses valores foi possível calcular o número de rotações e o torque do motor utilizado no experimento.

A partir dos testes de tempos de resposta, foi possível definir a utilização de um motor com características específicas que atendem de forma ideal aos requisitos do sistema. O motor escolhido para a simulação, considerando a carga já acoplada, possui uma corrente com carga de 360 mA , tensão de 5 V e potência de $2,4\text{ W}$.

Durante a simulação, foram realizadas medições que incluíram o tempo de deslocamento, o qual foi registrado como 10 segundos, e o curso total percorrido pelo carrinho, que foi de 775 mm. Além disso, foi utilizado um sistema de transmissão com uma coroa dentada de diâmetro 13 mm para transferir a energia do motor à carga. Com esses valores em mãos, foi possível calcular o número de rotações por minuto do motor, 114 RPM e o torque exigido pela carga durante o experimento, 6,1 g.cm ou 0,0061 kg.cm. O cálculo do torque levou em consideração a resistência oferecida pela carga ao movimento e a eficiência da transmissão da coroa dentada.

Após o procedimento empírico para determinar as necessidades do projeto, foi definido que o motor deveria ter rotação mínima de 1200 RPM e um torque aplicado à carga de 0,01 kg.cm, para obter um resultado no tempo de deslocamento 10 vezes menor do que o encontrado. Os valores de corrente, potência e tensão não são relevantes para a determinação do motor a ser utilizado.

Com base nos valores medidos e calculados anteriormente, bem como na disponibilidade no mercado, foi selecionado o motor mais adequado para o projeto. A Tabela 4.3 resume as informações apresentadas no texto, incluindo os valores específicos referentes ao motor adquirido.

Tabela 4.3: Teste de tempo de resposta

	<i>Motor Testado</i>	<i>Motor Ideal</i>	<i>Motor Real</i>
<i>Curso</i>	775 mm	775 mm	775 mm
<i>Tempo Médio de Deslocamento</i>	10 s	1 s	0,7 s
<i>Tensão aplicada</i>	5 V	-	24 V
<i>Corrente com carga</i>	360 mA	-	800 mA
<i>Potência</i>	2,4 W	-	30 W
<i>Rotações</i>	114 RPM	1200 RPM	1726 RPM
<i>Torque</i>	0,0061 kg.cm	0,01 kg.cm	1,13 kg.cm

Fonte: Elaborada pelo autor

Como o motor precisa percorrer o eixo em ambas as direções, é indispensável o uso de uma ponte H para permitir a inversão de polaridade e, conseqüentemente, o controle bidirecional do movimento. A escolha da ponte H é feita com base nas especificações técnicas do motor, especialmente sua tensão e corrente operacionais, para garantir compatibilidade e eficiência no controle.

Dado o contexto do projeto e as características do motor utilizado, o componente selecionado para a ponte H, conjunto representado pela Figura 4.6a e pela Figura 4.6b, atende a uma faixa de operação que vai de 5 V a 45 V e suporta uma corrente máxima de 45 A. Essas especificações garantem que o componente possa fornecer a corrente necessária para o funcionamento adequado do motor, mesmo em condições de pico de operação. A ampla faixa de tensão de trabalho e a alta capacidade de corrente tornam essa ponte H uma escolha robusta e versátil, adequada para o controle seguro do motor em diversas situações, evitando problemas de sobrecarga e garantindo a longevidade do conjunto.

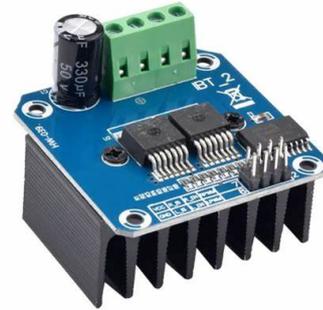
Figura 4.6: Conjunto Motor-Ponte H

(a) motor Dc 24v Alto Torque
Cm32-31zy



Fonte: Mercado Livre

(b) Módulo Driver Ponte H -
Bts7960



Fonte: Mercado Livre

Além disso, a ponte H selecionada é projetada para ser eficiente em termos de dissipação de calor e resistência a ruídos elétricos, fatores críticos que podem afetar o desempenho de sistemas eletrônicos complexos. Com essa escolha, assegura-se um controle dinâmico e eficiente do motor, permitindo ajustes rápidos de direção e velocidade conforme as necessidades.

Microcontrolador e sensores

Para o desenvolvimento da plataforma didática, é essencial a integração de sensores e um microcontrolador robusto, que juntos proporcionam ao usuário um ambiente adequado para a aplicação prática de conceitos de controle multivariável.

Os sensores são fundamentais para a coleta de dados críticos, como posição linear, posição angular, velocidade e aceleração, permitindo o monitoramento em tempo real das variáveis de estado. O microcontrolador, por sua vez, desempenha um papel central na leitura desses dados, no processamento das informações e na execução dos algoritmos de controle. Ele deve ser capaz de lidar com múltiplas entradas e saídas, além de ter capacidade suficiente de processamento para implementar técnicas avançadas de controle. Ao combinar esses elementos, a plataforma proporciona um ambiente onde o usuário pode experimentar, ajustar parâmetros e entender a dinâmica dos sistemas multivariáveis de maneira prática, facilitando a aprendizagem e o desenvolvimento de competências avançadas na área de controle.

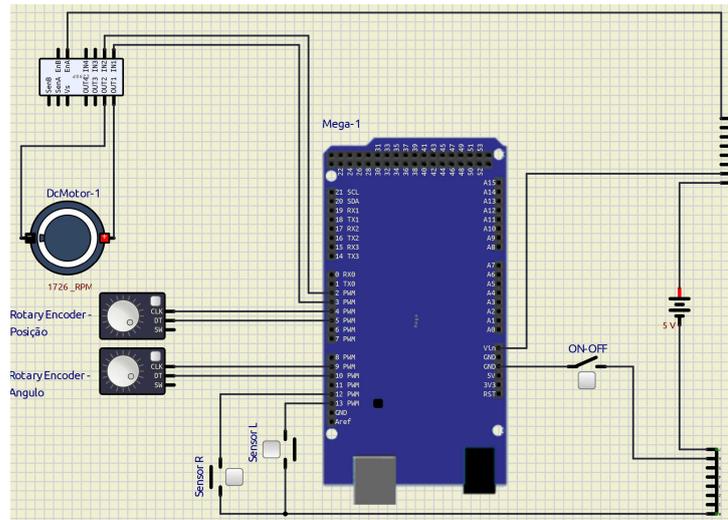
Os sensores utilizados na plataforma são dois *encoders*, nesse arranjo os quais atuam como entradas de sinal: um deles mede a posição linear do carrinho, enquanto o outro monitora a posição angular do pêndulo. A saída do sistema é o motor, responsável por movimentar o conjunto completo com base nos dados fornecidos pelos *encoders*. Esse arranjo permite um controle preciso, uma vez que as informações capturadas pelos sensores são essenciais para ajustar o movimento do motor e manter a estabilidade.

Outro tipo de sensor fundamental para aumentar a durabilidade do projeto são os sensores de fim de curso, que atuam como mecanismos de segurança para proteger as partes fixas contra possíveis danos causados pela força excessiva do motor que movimenta o conjunto. Esses sensores garantem que, ao atingir os limites físicos do movimento, o sistema interrompa automaticamente a operação do motor, prevenindo impactos ou sobrecargas que

possam comprometer a integridade estrutural e funcional das peças.

A Figura 4.7 apresenta a distribuição simplificada do planejamento do circuito, incluindo o microcontrolador, e os sensores fim de curso, nomeados "*Sensor R*" e "*Sensor L*". No entanto, devido às limitações dos componentes disponíveis no simulador *SimulIDE*, não foi possível testar o módulo da ponte H Bts7960.

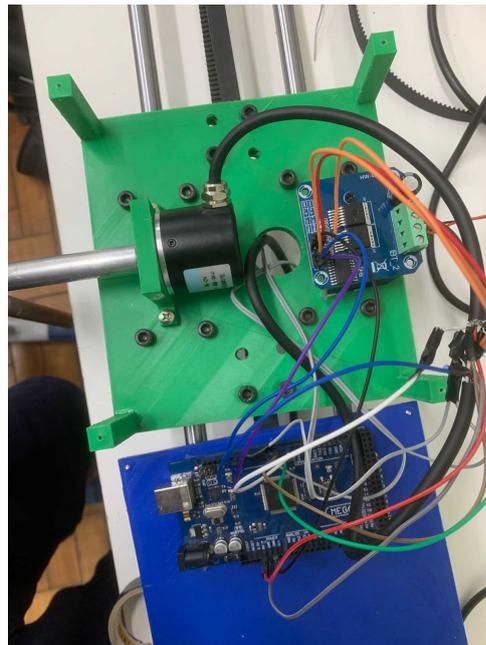
Figura 4.7: Simulação do Circuito



Fonte: Elaborado pelo autor

Para integrar esses componentes e interpretar os dados gerados por eles, o uso de um microcontrolador é indispensável. O microcontrolador desempenha a função de centralizar a coleta, o processamento e a análise dos sinais emitidos pelos sensores, transformando esses dados brutos em informações úteis para a operação do sistema. Além disso, ele permite a implementação de algoritmos de controle, comunicação com outros dispositivos, e a execução de comandos que ajustam o comportamento do sistema de acordo com as necessidades. O circuito utilizado no projeto está representado na Figura 4.8.

Figura 4.8: Circuito Utilizado



Fonte: Elaborado pelo autor

Os preços dos componentes eletrônicos que integram o projeto desempenham um papel crucial na definição do orçamento total e na viabilidade da plataforma didática. A escolha de cada item, desde o motor de corrente contínua, os *encoders* para medição de posição, sensores de fim de curso, até a ponte H e o microcontrolador, envolve uma análise detalhada de custo-benefício. Esses valores estão destacados na Tabela 4.4.

É necessário balancear o desempenho desejado com a sustentabilidade financeira, considerando a qualidade, a durabilidade e a compatibilidade de cada componente com o restante do sistema. Dessa forma, os preços que compõem a eletrônica do projeto não apenas definem o custo inicial, mas também influenciam a escalabilidade, a flexibilidade para adaptações e a longevidade da plataforma no longo prazo.

Tabela 4.4: Preço médio do projeto eletrônico

<i>Componente</i>	<i>Quantidade</i>	<i>Preço médio</i>
Motor	1	R\$ 196,00
<i>Rotary encoder</i>	2	R\$ 150,00
Sensor fim de curso	1	R\$ 29,00
Ponte H	1	R\$ 44,00
Microcontrolador	1	R\$ 49,00
Total		R\$ 618,00

Fonte: Elaborado pelo autor

Com o preço médio do projeto mecânico, mostrado na Tabela 4.1 e na Tabela 4.2 e do projeto eletrônico, mostrado na Tabela 4.4 se faz possível verificar a escalabilidade do projeto completo com o preço médio total, como mostrado na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Preço médio do da plataforma didática

<i>Projeto</i>	<i>Preço médio</i>
Eletrônico	R\$ 618,00
Mecânico	R\$ 352,00
Total	R\$ 970,00

Fonte: Elaborado pelo autor

4.3 Testes e validações

Após a conclusão da integração entre a mecânica e a eletrônica, inicia-se a fase de testes, que é fundamental para validar o funcionamento do conjunto como um todo. Esses testes têm o objetivo de verificar a compatibilidade entre os componentes e assegurar que todos os subsistemas, sensores, atuadores, microcontrolador, e demais elementos, estejam funcionando da maneira correta.

Durante esta fase, foram realizados testes de resposta ao comando, estabilidade e detecção de falhas. Esses testes permitem identificar eventuais problemas de comunicação entre os componentes eletrônicos e mecânicos. Este processo de verificação é essencial para garantir

que o protótipo atenda a todos os requisitos projetados e possa ser utilizado de forma confiável, segura e eficiente em aplicações práticas.

Na concepção dessa fase foram encontrados diversos contratempos para realizar os testes de maneira correta, como a tentativa de acoplamento do motor ao *encoder*, como mostra a Figura 4.9, para uma medição melhor da posição do carrinho, que devido à inércia e a força de torção aplicada no ponto de contato entre as coroas dentadas de cada um dos componentes.

Figura 4.9: Acoplamento das Coroas Dentadas

(a)



Fonte: Elaborada pelo autor

(b)

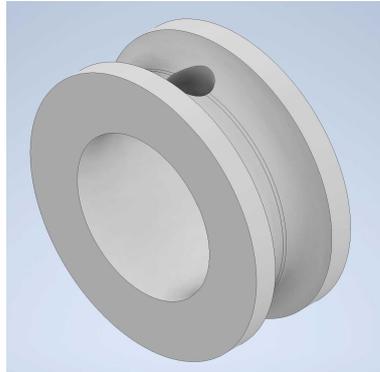


Fonte: Elaborada pelo autor

Nessa configuração inicial, os componentes apresentavam problemas de estabilidade, soltando-se facilmente e impedindo a continuidade dos testes. A solução adotada foi o uso de uma polia desenhada no software Autodesk Inventor Professional®, detalhada na Figura 4.10a, e acoplada no eixo do rotor e outro no eixo do *encoder* para transferir a rotação ao componente eletrônico e o sinal ser bem recebido pelo microcontrolador, como ilustrado na Figura 4.10. Essa abordagem permitiu superar o problema de desalinhamento e garantir a integridade do conjunto.

Figura 4.10: Transmissão de Movimento do Motor Para o Encoder

(a) Polia de Transmissão



Fonte: Elaborada pelo autor

(b) Conjunto Motor-Encoder



Fonte: Elaborada pelo autor

Após resolver o problema de conexão entre o motor e o *encoder*, iniciaram-se os testes de robustez do sistema, focando no controle de velocidade do motor. Para isso, foi utilizada a saída de *PWM* (*Pulse Width Modulation*) do Arduino, juntamente com a ponte H para controlar a direção do motor. Diversos testes foram realizados para avaliar a velocidade de rotação e o tempo de resposta do sistema, a fim de verificar se os parâmetros projetados eram atendidos. Os resultados desses testes estão resumidos na Tabela 4.6, também mencionada anteriormente na Seção 4.2.

Esses testes foram essenciais para confirmar que o motor escolhido não apenas cumpre os requisitos do projeto, mas também supera as expectativas. Em média, o motor demonstrou ser 30% mais rápido do que o previsto, proporcionando uma resposta mais ágil e confiável

Tabela 4.6: Teste de tempo de resposta

	<i>Motor Ideal</i>	<i>Motor Real</i>
Curso	775 mm	775 mm
Tempo Médio de Deslocamento	1 s	0,7 s
Velocidade Média	0,775 m/s	1,107 m/s

Fonte: Elaborado pelo autor

ao sistema. Essa melhoria no desempenho é significativa, pois implica uma maior precisão e eficiência no controle, aumentando a qualidade geral da plataforma e da experiência do usuário durante a aplicação de técnicas de controle multivariável.

O código utilizado para o controle de velocidade, com *PWM* está descrito na Seção A.1, contido na Apêndice A.

Além dos testes de tempo de resposta, foram realizados testes e calibrações para determinar a posição do carrinho, utilizando o *encoder* para a aquisição precisa do sinal de posição. Os dados capturados pelo *encoder* foram processados pelo microcontrolador, que desempenhou um papel crucial no tratamento desses sinais para atender às especificações do sistema. Esse processo de calibração é fundamental para garantir que o controle do carrinho seja preciso e que o sistema responda de forma adequada às entradas de controle, assegurando a estabilidade e a eficácia da plataforma didática.

Durante as verificações e testes de calibração do *encoder*, foi necessário realizar várias correções e ajustes para garantir um desempenho preciso e consistente. Uma das principais ações foi a correção da resolução do *encoder*, que envolve ajustar a contagem de pulsos para que ela corresponda exatamente ao deslocamento real do componente controlado, com o fator de correção de 0,4 para a posição linear e 0,16 para a posição angular, conforme mostra a Seção A.2, contido no Apêndice A. Essa correção é fundamental para garantir que a leitura da posição seja precisa e reflita fielmente os movimentos reais.

Além da correção da resolução, outras considerações importantes foram feitas para aprimorar o funcionamento do *encoder*. Por exemplo, foi preciso ajustar a montagem mecânica para evitar desalinhamentos que poderiam introduzir erros de leitura, especialmente em situações onde uma resposta rápida e precisa é crucial. Para isso, considerações sobre a inércia do sistema e o torque necessário para o movimento controlado foram integradas ao ajuste dos parâmetros de controle, como ganhos do controlador PID para ajustar a posição e o controlador proporcional para fazer o movimento de subida do pêndulo. Esse conjunto de correções e ajustes resultou em um *encoder* para a posição linear e outro para a posição angular do pêndulo bem calibrados, capazes de oferecer dados confiáveis. O código usado para validar o sistema consta no Apêndice B.

A Figura 4.11 ilustra a versão final da plataforma didática, completamente ajustada e pronta para uso. Nesta configuração, todos os componentes eletrônicos e mecânicos foram calibrados e integrados de maneira otimizada para garantir um desempenho eficiente e preciso. Os ajustes realizados contemplam desde o alinhamento mecânico dos elementos móveis, como o carrinho e o pêndulo, até a calibração dos sensores e o refinamento dos algoritmos de controle no microcontrolador, resultando em uma plataforma robusta e confiável para aplicações didáticas.

Figura 4.11: Versão Final da Plataforma Didática



Fonte: Elaborada pelo autor

A imagem evidencia não apenas a disposição dos elementos, mas também a estrutura final da plataforma, que foi projetada para facilitar o aprendizado e a experimentação de técnicas de controle multivariável pelos usuários. Todos os detalhes, desde o layout dos sensores até a fixação dos componentes, foram cuidadosamente considerados para proporcionar uma experiência prática enriquecedora, onde usuários podem explorar conceitos avançados de controle de sistemas dinâmicos em um ambiente controlado e seguro.

Capítulo 5

Considerações Finais

Com todos os elementos calibrados e integrados corretamente, a plataforma didática demonstrou a capacidade de executar comandos com precisão, confirmando a eficácia de seu *design* e de seus componentes. A validação do sistema foi alcançada após rigorosos testes práticos, que simularam uma variedade de condições operacionais, assegurando que o controle do atuador responda conforme o projetado. A plataforma, portanto, está plenamente apta para a implementação e experimentação de técnicas avançadas de controle multivariável, servindo como uma ferramenta confiável para fins educativos e de pesquisa.

O projeto apresentou um *design* modular e de fácil portabilidade, o que amplia significativamente seu potencial de aplicação em diversos contextos educacionais e de pesquisa. A capacidade de transportar e configurar a plataforma em diferentes ambientes, sem a necessidade de ajustes complexos ou infraestrutura adicional, facilita sua utilização em laboratórios, salas de aula e até mesmo em demonstrações externas. Essa característica torna o sistema não apenas acessível, mas também versátil, permitindo que seja utilizado para uma ampla gama de experimentos e estudos relacionados a controle multivariável e sistemas dinâmicos.

Além disso, a portabilidade contribui para o compartilhamento de conhecimentos e colaborações entre instituições, possibilitando que diferentes grupos de pesquisa ou centros educacionais utilizem a plataforma para desenvolver e testar novas abordagens e técnicas de controle. Com essa flexibilidade, o projeto se estabelece como uma ferramenta didática e de pesquisa valiosa, que pode ser adaptada e escalada conforme a necessidade, promovendo um ambiente de aprendizado dinâmico e inovador.

5.1 Trabalhos Futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se a elaboração de um controle que permita explorar de forma mais aprofundada as dinâmicas complexas da plataforma didática. Esse controle deve ser capaz de lidar com múltiplas entradas e saídas simultaneamente, otimizando o desempenho do sistema em situações onde as variáveis de controle estão interconectadas e influenciam mutuamente o comportamento geral do conjunto. O desenvolvimento de algoritmos avançados, como o controle preditivo baseado em modelo (MPC), controle ótimo, ou técnicas de controle robusto, pode ser uma abordagem promissora para aumentar a precisão, estabilidade e eficiência do sistema. A implementação de um controle multivariável permitirá a consideração de interações dinâmicas entre os diferentes

elementos do sistema, como o motor, o *encoder* e o pêndulo, proporcionando um nível mais elevado de controle e resposta.

Além disso, o uso de controle multivariável pode abrir portas para a integração de técnicas de aprendizado de máquina ou inteligência artificial, que possam adaptar e otimizar o controle em tempo real, com base em condições variáveis de operação. Essa abordagem não só aprimoraria o desempenho, mas também proporcionaria *insights* significativos sobre o comportamento do sistema sob diferentes regimes de operação. A criação de um ambiente de simulação integrado, que permita a validação e ajuste dos modelos de controle antes da implementação prática, também seria uma extensão valiosa para o trabalho. Portanto, o desenvolvimento de um controle multivariável avançado não só enriqueceria a aplicação didática da plataforma como também contribuiria para a evolução das técnicas de controle aplicadas a sistemas dinâmicos complexos.

Referências

- AGUIRRE, Luis Antônio. **Fundamentos de Instrumentação**. Edição: Pearson. [S.l.]: Pearson Education, 2013.
- BENNETT, S. **A History of Control Engineering 1800-1930**. Edição: G.A. Montgomerie Prof. H. Nicholson Prof. B.H. Swanick. [S.l.: s.n.], 1979.
- CAVALCANTE, P. J. Mendes. **Fundamentos de Eletrotécnica**. [S.l.]: Freitas Bastos, 1927.
- HALLIDAY, Robert Resnick; Jearl Walker; David. **Fundamentos de Física: Mecânica**. [S.l.: s.n.], 2003.
- HIBBELER, R. C. **Análise das Estruturas**. [S.l.]: Pearson Education, 2013.
- KHALIL, Hassan K. **Nonlinear Systems**. Edição: Pearson Education. [S.l.]: Prentice Hall, 2002.
- NISE, Norman S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. Edição: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda. 6. ed. [S.l.]: Grupo Editorial Nacional, 1996.
- OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. Edição: Roger Trimer. [S.l.: s.n.], 1970.
- PESSÔA MARCELO; SPÍNOLA, Mauro. **Introdução à automação: para cursos de engenharia e gestão**. Edição: Elsevier. [S.l.: s.n.], 2014.
- RIBEIRO, Ricardo. **Implementação de um Sistema de Controle de um Pêndulo Invertido**. 2007. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI).
- STROGATZ, Steven H. **NonLinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering**. [S.l.]: Perseus Books Publishing, 1985.
- TOLEDO CAMARGO, Ivan Marques de. **Conversão de Energia**. Edição: Editora Interciência. [S.l.: s.n.], 2022.
- UMANS, Stephen D. **Máquinas Elétricas de Fitzgerald e Kingsley**. Edição: Verônica de Abreu Amaral. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2014.

Apêndice A

Código individual de validação

A.1 Código de Verificação do Motor

```
1 #define EN 9
2 #define IN1 10
3 #define IN2 11
4 #define R_sensor 22
5 #define L_sensor 24
6
7 void setup() {
8     Serial.begin(9600);
9     pinMode(IN1, OUTPUT);
10    pinMode(IN2, OUTPUT);
11    pinMode(R_sensor, INPUT_PULLUP);
12    pinMode(L_sensor, INPUT_PULLUP);
13 }
14
15
16 void loop() {
17     delay(100);
18     bool R_valorSensor = HIGH;
19     bool L_valorSensor = HIGH;
20     R_valorSensor = digitalRead(R_sensor);
21     L_valorSensor = digitalRead(L_sensor);
22     float porcentagemVelocidade = 70;
23     float valorPWM = porcentagemVelocidade * 2.55;
24     bool start = LOW;
25
26     delay(1000);
27     while (R_valorSensor == 1 && L_valorSensor == 1){
28         MotorDireita(valorPWM);
29     }
30
31     start = HIGH;
32
33     while (start == HIGH){
34         if (R_valorSensor == 1 && L_valorSensor == 0) {
35             MotorDireita(valorPWM);
36         }
37         if (L_valorSensor == 0 && R_valorSensor == 1) {
38             MotorEsquerda(valorPWM);
39         }

```

```

40 }
41 }
42
43 void MotorEsquerda(float valorPWM){
44     digitalWrite(IN1, LOW);
45     digitalWrite(IN2, LOW);
46     delay(1000);
47     analogWrite(EN, valorPWM);
48     digitalWrite(IN1, HIGH);
49     digitalWrite(IN2, LOW);
50     delay(100);
51 }
52
53 void MotorDireita(float valorPWM){
54     digitalWrite(IN1, LOW);
55     digitalWrite(IN2, LOW);
56     delay(1000);
57     analogWrite(EN, valorPWM);
58     digitalWrite(IN1, LOW);
59     digitalWrite(IN2, HIGH);
60     delay(100);
61 }

```

Fonte: Elaborado pelo autor

A.2 Código de Calibração dos *Encoders*

```

1 #include <Encoder.h> // Biblioteca para encoders
2
3 // Definições de pinos para encoders
4 const int pinoEncoderAnguloA = 2; // Pino de sinal A do encoder de ângulo
5 const int pinoEncoderAnguloB = 3; // Pino de sinal B do encoder de ângulo
6 const int pinoEncoderPosicaoA = 4; // Pino de sinal A do encoder de posição
7 const int pinoEncoderPosicaoB = 5; // Pino de sinal B do encoder de posição
8
9 // Criação de objetos Encoder
10 Encoder encoderAngulo(pinoEncoderAnguloA, pinoEncoderAnguloB);
11 Encoder encoderPosicao(pinoEncoderPosicaoA, pinoEncoderPosicaoB);
12
13 // Variáveis de controle PID para ângulo e posição
14 double angulo, anguloSetpoint = 180; // Ângulo desejado do pêndulo (vertical é
15     ↪ 180 graus)
16 double posicao, posicaoSetpoint = 0; // Posição desejada do carrinho
17
18 void setup() {
19     Serial.begin(9600); // Inicializa a comunicação serial
20
21     // Configuração de pontos iniciais para encoders
22     encoderAngulo.write(0);
23     encoderPosicao.write(0);
24 }
25
26 void loop() {
27     // Leitura dos encoders para ângulo e posição
28     angulo = encoderAngulo.read() * 0.16; // Leitura e correção do ângulo do encoder
29     posicao = encoderPosicao.read() * 0.4; // Leitura e correção da posição do encoder

```

```
29
30 // Exibe os valores no Monitor Serial
31 Serial.print("Ângulo: ");
32 Serial.print(angulo);
33 Serial.print(" Ajuste Motor Ângulo: ");
34 Serial.print(ajusteMotorAngulo);
35 Serial.print(" | Posição: ");
36 Serial.print(posicao);
37
38 delay(50); // Pequeno atraso para estabilizar as leituras
39 }
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Apêndice B

Código completo de validação

B.1 Código de Validação da Plataforma Didática

```

1 #include <Encoder.h> // Biblioteca para encoders
2 #include <PID_v1_bc.h> // Biblioteca atualizada para controle PID
3
4 // Definições de pinos para encoders
5 const int pinoEncoderAnguloA = 2; // Pino de sinal A do encoder de ângulo
6 const int pinoEncoderAnguloB = 3; // Pino de sinal B do encoder de ângulo
7 const int pinoEncoderPosicaoA = 4; // Pino de sinal A do encoder de posição
8 const int pinoEncoderPosicaoB = 5; // Pino de sinal B do encoder de posição
9
10 // Definições de pinos para controle do motor com ponte H BTS7960
11 const int pinoMotorPWMA = 9; // Pino PWM para direção A
12 const int pinoMotorPWMB = 10; // Pino PWM para direção B
13 const int pinoMotorEnable = 8; // Pino de habilitação do driver BTS7960
14
15 // Criação de objetos Encoder
16 Encoder encoderAngulo(pinoEncoderAnguloA, pinoEncoderAnguloB);
17 Encoder encoderPosicao(pinoEncoderPosicaoA, pinoEncoderPosicaoB);
18
19 // Variáveis de controle PID para ângulo e posição
20 double angulo, anguloSetpoint = 0; // Ângulo desejado do pêndulo (vertical é 0
    ↪ graus)
21 double posicao, posicaoSetpoint = 0; // Posição desejada do carrinho
22 double ajusteMotorAngulo; // Saída do PID para controle do motor com base no ângulo
23 double ajusteMotorPosicao; // Saída do PID para controle do motor com base na posição
24
25 // Configuração dos controladores PID
26 double KpAngulo = 2.0, KiAngulo = 0, KdAngulo = 0; // Ajuste os ganhos PID para
    ↪ controle de ângulo
27 double KpPosicao = 1.0, KiPosicao = 2.0, KdPosicao = 0.5; // Ajuste os ganhos PID
    ↪ para controle de posição
28
29 // Criação dos objetos PID usando a nova biblioteca PID_v1_bc
30 PID_bc pidAngulo(&angulo, &ajusteMotorAngulo, &anguloSetpoint, KpAngulo, KiAngulo,
    ↪ KdAngulo, DIRECT);
31 PID_bc pidPosicao(&posicao, &ajusteMotorPosicao, &posicaoSetpoint, KpPosicao,
    ↪ KiPosicao, KdPosicao, DIRECT);
32
33 void setup() {
34   Serial.begin(9600); // Inicializa a comunicação serial

```

```

35
36 // Configura os pinos da ponte H BTS7960 como saída
37 pinMode(pinoMotorPWMA, OUTPUT);
38 pinMode(pinoMotorPWMB, OUTPUT);
39 pinMode(pinoMotorEnable, OUTPUT);
40
41 // Habilita o driver BTS7960
42 digitalWrite(pinoMotorEnable, HIGH);
43
44 // Inicializa os controladores PID
45 pidAngulo.SetMode(AUTOMATIC);
46 pidAngulo.SetOutputLimits(-255, 255); // Limita a saída do PID para o intervalo PWM
47
48 pidPosicao.SetMode(AUTOMATIC);
49 pidPosicao.SetOutputLimits(-100, 100); // Limita a saída do PID para o intervalo
    ↪ PWM menor para evitar oscilações
50
51 // Configuração de pontos iniciais para encoders
52 encoderAngulo.write(0);
53 encoderPosicao.write(0);
54 }
55
56 void loop() {
57 // Leitura dos encoders para ângulo e posição
58 angulo = encoderAngulo.read() * 0.16; // Leitura e correção do ângulo do encoder
59 posicao = encoderPosicao.read() * 0.4; // Leitura e correção da posição do encoder
60
61 pidAngulo.Compute(); // Calcula o PID para o controle do ângulo
62 pidPosicao.Compute(); // Calcula o PID para o controle da posição
63
64 double ajusteMotor = ajusteMotorAngulo + ajusteMotorPosicao; // Combina os ajustes
    ↪ dos dois PIDs para determinar o ajuste final do motor
65
66 controlaMotor(ajusteMotor); // Controla o motor baseado no ajuste combinado dos PIDs
67
68 // Exibe os valores no Monitor Serial
69 Serial.print("Ângulo: ");
70 Serial.print(angulo);
71 Serial.print(" Ajuste Motor Ângulo: ");
72 Serial.print(ajusteMotorAngulo);
73 Serial.print(" | Posição: ");
74 Serial.print(posicao);
75 Serial.print(" Ajuste Motor Posição: ");
76 Serial.println(ajusteMotorPosicao);
77 delay(50); // Pequeno atraso para estabilizar as leituras
78 }
79
80 void controlaMotor(double ajuste) {
81 if (ajuste > 0) {
82 analogWrite(pinoMotorPWMA, ajuste); // Controla a velocidade para frente
83 analogWrite(pinoMotorPWMB, 0); // Desativa a direção oposta
84 } else {
85 analogWrite(pinoMotorPWMA, 0); // Desativa a direção frente
86 analogWrite(pinoMotorPWMB, ajuste); // Controla a velocidade para trás
87 }
88 }

```



CÓPIA DO TRABALHO Nº 154/2024 - DELMAX (11.57.05)

(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado digitalmente em 19/09/2024 21:12)

WILLIAN MARTINS LEAO

PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO

DELMAX (11.57.05)

Matrícula: ###915#4

Visualize o documento original em <https://sig.cefetmg.br/documentos/> informando seu número: **154**, ano: **2024**, tipo:
CÓPIA DO TRABALHO, data de emissão: **19/09/2024** e o código de verificação: **3bd34eb022**