

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

Engenharia de Automação Industrial

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE CONTROLADORES FUZZY E  
CONTROLADORES MULTIVARIÁVEIS CONVENCIONAIS**

Diego Whayston Evaristo Andrade

Araxá

2015

# **ESTUDO COMPARATIVO ENTRE CONTROLADORES FUZZY E CONTROLADORES MULTIVARIÁVEIS CONVENCIONAIS**

Diego Whayston Evaristo Andrade

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Graduação do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de engenheiro de automação.

Orientador: Prof. Leandro Resende Mattioli

Co-Orientador: Prof. Dr. Henrique José Avelar

Araxá

2015

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus por ter me concedido a capacidade, a força e a saúde para que eu pudesse realizar esse trabalho.

Ao Centro de Educação Tecnológica de Minas Gerais - Araxá, seu corpo docente, parte administrativa e direção que me deram essa oportunidade onde posso começar uma nova etapa profissional.

Aos meus orientadores Leandro Resende Mattioli e Henrique José Avelar que não economizaram esforços, assim como a estrutura e o incentivo necessários para que eu finalizasse esse curso.

A minha família pelo apoio, incentivo e carinho a mim dirigidos nesse percurso.

E por fim, a todos aqueles amigos e colegas que de alguma forma contribuíram para o meu desenvolvimento nessa minha trajetória discente.

## RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre um projeto de controlador multivariável convencional e um controlador multivariável *Fuzzy*. Serão tratados processos industriais de múltiplas variáveis, cujo controle clássico é de difícil implementação e de grande demanda de tempo de projeto para um controlador eficaz. A dificuldade de se obter os parâmetros dos controladores multivariáveis, além da demanda de tempo de projeto de uma Matemática mais complexa, são fatores que na indústria podem gerar atrasos no cronograma dos projetos causando prejuízos. Portanto, é necessário lançar mão de uma nova técnica de controle mais rápida e com eficiência pelo menos parecida com a dos controladores clássicos. Por isso, este projeto propõe comparar as facilidades de se implementar um controlador multivariável e um controlador *Fuzzy*.

**Palavras-chaves:** Controle multivariável, Lógica *Fuzzy*, Controladores Industriais, Controladores *Fuzzy*, Controle PID.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>7</b>
1.1	Motivação.....	7
1.2	Estrutura do texto.....	9
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS.....</b>	<b>10</b>
2.1.1	Objetivo Geral.....	10
2.1.2	Objetivos específicos.....	10
<b>3</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>11</b>
3.1	Teoria de Controle Moderno.....	11
3.1.1	Sistemas de Controle.....	11
3.1.2	Controles Automáticos Industriais.....	13
3.1.3	Modelos Matemáticos de Sistemas Físicos.....	14
3.1.4	Funções de Transferência.....	15
3.1.5	Ações de Controle.....	16
3.1.6	Controle PID.....	20
3.1.7	Controle Multivariável.....	23
3.2	Lógica Fuzzy.....	26
3.2.1	Conjuntos <i>Fuzzy</i> .....	27

3.2.2	Variáveis Linguísticas.....	28
3.2.3	Funções de Pertinência.....	29
3.2.4	Proposições e Relações <i>Fuzzy</i> .....	32
3.2.5	Inferência.....	33
3.3	Arquitetura típica de um sistema de inferência <i>Fuzzy</i> .....	34
3.3.1	Fuzzyficação.....	35
3.3.2	Defuzzyficação.....	35
3.4	Trabalhos correlatos:.....	36
3.4.1	Avaliação de Controles PID Adaptativos para um Sistema de Aquecimento Resistivo de Água.....	36
3.4.2	Controle Neuro- <i>Fuzzy</i> de Processo de Nível Multivariável.....	36
3.4.3	Sistema Fuzzy Compacto Embarcado em DSP e sua Aplicação para Controle V/F Motores de Indução.....	37
3.4.4	Controle Fuzzy para Sistema de Nível de Líquidos.....	37
3.4.5	Controladores PID Auto-Ajustável e Nebuloso: Aspectos de Projeto, Sintonia e Aplicação Prática.....	37
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>38</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>47</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>55</b>
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>57</b>
	<b>APÊNDICE A: Transformadas de Laplace.....</b>	<b>58</b>

<b>APÊNDICE B: Parâmetros de SINTONIA VIA ZIEGLER-NICHOLS.....</b>	<b>59</b>
--	-----------

## **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1: Resposta ao Degrau Unitário.....	21
Figura 2: Curva em S.....	21
Figura 3: Função de Pertinência.....	29
Figura 4: Função de pertinência triangular.....	30
Figura 5: Função de pertinência trapezoidal.....	30
Figura 6: Função de pertinência gaussiana.....	31
Figura 7: Função de pertinência sino-gaussiana.....	31
Figura 8: Sistema de Inferência Fuzzy.....	34
Figura 9: Desenho esquemático da planta.....	38
Figura 10: Sistema de três tanques no Simulink.....	39
Figura 11: Sistema de controle PID/PI.....	42
Figura 12: Sistema de controle Fuzzy.....	42
Figura 13: Modelo do controlador entradas e saídas.....	43
Figura 14: Funções de pertinência das entradas.....	44
Figura 15: Funções de pertinência das saídas.....	44
Figura 16: Regras de Inferência.....	45
Figura 17: Tanque 1 PID x <i>Fuzzy</i> .....	47

Figura 18: Tanque 2 PID x Fuzzy.....	48
Figura 19: Tanque 3 PID x Fuzzy.....	48
Figura 20: Tanque 1: PID x <i>Fuzzy</i> .....	50
Figura 21: Tanque 2 PID x <i>Fuzzy</i> .....	51
Figura 22: Tanque 3 PID x <i>Fuzzy</i> .....	51
Figura 23: Erro e Derivada do Erro.....	53
Figura 24: Vazão das válvulas no controle PID.....	54

## **LISTA DE QUADROS e TABELAS**

Quadro 1: Tabela verdade para as operações.....	33
Quadro 2: Tabela de conversões lógicas.....	34
Tabela 1: Quadro comparativo para os controladores.....	49
Tabela 2: Quadro comparativo para os controladores.....	52

# 1 INTRODUÇÃO

Esse trabalho de conclusão de curso apresenta uma comparação entre dois métodos de controle multivariável: PID em cascata e controlador *Fuzzy* de um sistema de três tanques com interação, aplicando as estratégias de controle para controlar o nível no tanque três (tanque do meio).

Neste capítulo será apresentada uma breve motivação para o tema destacando a sua importância em meio a indústria e sua relevância científica.

## 1.1 Motivação

Atualmente diversos artigos são publicados nas áreas de controle moderno, controle multivariável e técnicas de inteligência artificial ((FILHO; GOSMANN; BAUCHSPIESS, 2002), (ARRUDA et al., 2008), (SUETAKE; SILVA; GOEDTEL, 2010)).

O aumento da complexibilidade dos sistemas que são utilizados atualmente na indústria e também com o surgimento ou consolidação de técnicas de controle, são temas de estudos mais aprofundados e criteriosos para se observar sua eficácia e qualidade. O controle de processos é de suma importância para se evitar desperdícios na produção e consumo de matéria prima, pois visa otimizar o processo.

É uma ferramenta importante para a segurança dos sistemas, pois determinados sistemas podem conter reagentes ou produtos que coloquem em risco a vida de pessoas.

É também capaz de reduzir riscos ambientais, prevenindo catástrofes ambientais oriundas de um controle pouco confiável ou até mesmo da falta de controle do sistema, quando o controle da operação é deixado na mão de funcionários suscetíveis a erros operacionais.

As técnicas de controle ainda podem provocar um aumento na vida útil dos equipamentos, uma vez que os mesmos não precisam ficar em operação em carga máxima o tempo todo, otimizando assim a utilização dos equipamentos.

Por fim, as técnicas de controle influenciam diretamente o lucro das empresas, reduzindo, assim, desperdícios no processo, aumenta a segurança e a vida útil dos equipamentos, reduzindo os custos operacionais e garantindo assim o lucro.

Por todas essas implicações dissertadas acima, o estudo dessas técnicas de controle em meio científico traz benefícios e melhorias aos próprios controles, pois estudam seu comportamento e visa aplicar as boas práticas de análise e controle para chegar em resultados otimizados.

Embora o controle moderno seja um controle já consolidado há vários anos, diversas estratégias de controle podem ser implementadas respeitando as peculiaridades de cada sistema a ser controlado, fazendo com que esse tipo de controle ainda seja objeto de pesquisa de diversas pessoas.

O controle multivariável traz uma abordagem diferente de controle, podendo trabalhar no domínio do tempo, partindo de equações diferenciais ordinárias para gerar a representação em espaço de estados, ou ainda pode trabalhar no domínio da frequência utilizando da representação em espaços de estado para matrizes funções de transferência, possibilitando também o projeto de controladores multivariáveis. Apesar de não ser comum na indústria, esse tipo de controle vem apresentando resultados satisfatórios quando comparados aos controles mais utilizados hoje em dia.

Já as técnicas de inteligência artificial surgem como uma novidade para a teoria de controle, sendo altamente difundidas na literatura científica. Dentre elas se destacam os sistemas *fuzzy*, os algoritmos genéticos, as redes neurais artificiais e outros métodos bioinspirados como colônia de formigas. Ainda há a possibilidade desses métodos serem utilizados de forma conjunta, como por exemplo nos sistemas neuro-evolutivos ou neuro-*fuzzy*.

## **1.2 Estrutura do texto**

### **Capítulo 2:**

Neste capítulo são apresentados o objetivo geral do trabalho e os objetivos específicos contidos neste trabalho.

### **Capítulo 3:**

Este capítulo conta com uma revisão bibliográfica que aborda a teoria de controle moderno, controle multivariável, lógica *fuzzy* e trabalhos correlatos.

### **Capítulo 4:**

O capítulo de Metodologia apresenta as atividades realizadas para o desenho do sistema, as análises de controle e as estratégias de controle para o PID e o *Fuzzy*.

### **Capítulo 5:**

Este capítulo apresenta os resultados obtidos com as simulações realizadas para as estratégias de controle e apresenta as discussões cabíveis a cada controle.

## **Capítulo 6:**

Finalmente, este capítulo apresenta as considerações finais, sugestões para trabalhos futuros e conclusões sobre as técnicas utilizadas e resultados obtidos neste trabalho.

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1.1 Objetivo Geral**

Comparar controladores multivariáveis convencionais com os baseados em lógica *Fuzzy*, em termos de desempenho e simplicidade de projeto, para uma planta de controle com três tanques interligados.

### **2.1.2 Objetivos específicos**

- a) Controlar o nível do tanque do meio atuando na vazão dos tanques nas extremidades;
- b) Comparar qualitativamente o desempenho dos controladores;
- c) Avaliar as dificuldades encontradas nos projetos dos controladores.

## **3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **3.1 Teoria de Controle Moderno**

A teoria de controle moderno será apresentada a seguir, citando sua evolução histórica.

As ações de controle mais comuns no setor industrial e a técnica de sintonia por Ziegler-Nichols.

Em sequência serão apresentados os conceitos de controle multivariável e sua representação em espaço de estados, a qual facilita a análise dos sistemas multivariáveis por permitir um estudo no domínio do tempo.

#### **3.1.1 Sistemas de Controle**

Nesta seção será apresentada uma breve revisão histórica para que seja possível um melhor entendimento de como chegar nos Sistemas de Controle atuais. Em seguida, serão apresentados os conceitos de controle em malha aberta e malha fechada.

##### **Revisão Histórica:**

Conforme Ogata (1982, p.1), o primeiro trabalho significativo em controle automático foi o de James Watt, que construiu um controlador centrífugo para controle de velocidade de uma máquina a vapor no século XVIII. Outros trabalhos importantes nos primeiros estágios de desenvolvimento da teoria de controle são os de Minorsky, Hazen e Nyquist entre outros.

“Em 1922, Minorsky trabalhou em controladores automáticos para a pilotagem de navios e mostrou que poderia ser “determinada” a estabilidade a partir das equações diferenciais que descrevem o sistema”.(OGATA, 1982, p.1).

“Em 1932 Nyquist desenvolveu um método relativamente simples para determinar a estabilidade de sistemas de malha-fechada com base na resposta a entradas senoidais em regime permanente da malha-aberta”. (OGATA, 1982, p.1).

Segundo Dorf (2001, p.4), a teoria e a prática do controle automático receberam um grande estímulo durante a Segunda Guerra Mundial quando se tornou necessário projetar e construir pilotos automáticos para aviões, sistemas de posicionamento de canhões, sistemas de controle para antenas de radar e outros sistemas militares baseados na abordagem do controle com retroação.

Para finalizar nos dias atuais, ainda segundo Dorf (2001, p.4), a utilização de computadores digitais como componentes de controle tornou-se rotina. A tecnologia destes novos elementos de controle para executar cálculos rápidos e precisos era anteriormente indisponível para engenheiros de controle, permitindo um controle mais eficaz e confiável.

### **Definições:**

A terminologia necessária para descrever sistemas de controle é apresentada a seguir:

- **Plantas:** Uma planta é parte de um equipamento, eventualmente um conjunto de itens de uma máquina que funcionam conjuntamente e tem como objetivo desempenhar uma dada operação.
- **Processos:** Merriam – Webster (1999) apud (OGATA, 2003), define um processo como uma operação ou desenvolvimento natural, que evolui progressivamente, caracterizados por uma série de mudanças graduais que se sucedem, uma em relação às outras, de um modo relativamente fixo e objetivando um particular resultado ou meta.

- **Sistemas:** Sistema é uma interação entre diferentes componentes atuando em conjunto e realizam certo objetivo.
- **Distúrbios:** É um sinal que afeta de forma prejudicial o valor de saída de um sistema.
- **Controle Realimentado:** é uma operação que tende a reduzir o erro entre o valor de referência e a saída do sistema na presença de distúrbios.
- **Sistema de Controle Realimentado ou sistema em Malha Fechada:** é aquele que tende a manter a relação prescrita entre a saída e a entrada de referência, comparando-as e utilizando a diferença como um meio de controle.
- **Sistema em Malha Aberta:** “Um sistema a malha aberta (sistema direto) opera sem retroação e gera diretamente a saída em resposta a um sinal de entrada.” (DORF; BISHOP, 2001).

### 3.1.2 Controles Automáticos Industriais

Diversos tipos de controles automáticos vêm sendo aplicados em plantas industriais desde os anos de 1970 até os dias de hoje. Tais controles podem ser de vários tipos, e os mais utilizados, segundo Ogata (1982, p.170), são:

1. Controladores de duas posições ou liga-desliga (on-off).
2. Controladores proporcionais.
3. Controladores do tipo integral.
4. Controladores do tipo proporcional-mais-integral.
5. Controladores do tipo proporcional-mais-derivativo.
6. Controladores do tipo proporcional-mais-derivativo-mais-integral.

“A maioria dos controladores automáticos industriais utilizam a eletricidade ou fluido pressurizado, tal como óleo ou ar, como fontes de potência”. (OGATA, 1982,p.1).

Atualmente a maioria dos controladores são digitais, mesmo quando os atuadores são pneumáticos, o que pode ser observado na quantidade de equipamentos e redes digitais industriais.

### **3.1.3 Modelos Matemáticos de Sistemas Físicos**

“A descrição matemática das características dinâmicas de um sistema é denominada modelo matemático.” (OGATA, 1982).

Os modelos matemáticos são de suma importância para a análise de sistemas físicos, os quais respeitam as físicas que o governam. Geralmente estes modelos são descritos em equações diferenciais, vide (OGATA, 1982).

Os sistemas podem ser classificados como lineares, variantes ou invariantes no tempo, ou não lineares.

#### **Sistemas lineares:**

Segundo Ogata (1982, p.77), sistemas lineares são aqueles nos quais as equações dos modelos são lineares, uma equação diferencial é linear quando os coeficientes são constantes ou apenas função da variável independente.

#### **Sistemas invariantes no tempo:**

“Sistemas dinâmicos que são lineares e compostos de componentes com parâmetros concentrados e invariáveis no tempo podem ser descritos por equações diferenciais invariantes no tempo.”(OGATA, 1982).

#### **Sistemas variantes no tempo:**

“Os sistemas que são representados por equações diferenciais cujos coeficientes são funções do tempo são denominados sistemas variantes no tempo.” (OGATA, 1982).

## Sistemas não lineares:

Segundo Ogata (1982, p.78), sistemas não lineares são representados por equações não lineares, uma equação diferencial é dita não linear se ela não for linear, por exemplo:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + x = A \sin \omega t (I)$$

### 3.1.4 Funções de Transferência

“Na teoria de controle, funções denominadas funções de transferência são extremamente usadas para caracterizar as relações de entrada-saída de sistemas lineares invariantes no tempo.” (OGATA, 1982, p.79).

Segundo Ogata (1982,p.79), o sistema linear invariante no tempo é definido pela seguinte equação diferencial:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x (II)$$

$(n \geq m)$

Nesta equação  $y$  é a saída do sistema e  $x$  a entrada. A função de transferência deste sistema é obtida pela transformada de Laplace de ambos os membros da equação descrita a cima, considerando todas as condições iniciais nulas.

A transformada de Laplace pode ser obtida através da seguinte equação:

$$L[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dt [f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt (III)$$

Onde:

$f(t) = 0$  uma função no tempo  $t$  tal que  $f(t) = 0$  para  $t < 0$ .

$s = \dot{i}$  frequência complexa.

$L = \dot{i}$  um símbolo operacional indicando que a quantidade prefixa é para ser transformada pela integral de Laplace  $\int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ .

$F(s) = \dot{i}$  transformada de Laplace de  $f(t)$ .

Pode-se ainda consultar tabelas com transformadas de Laplace, observando a sua função no domínio do tempo e buscando sua função correspondente no domínio da frequência, como a tabela apresentada no apêndice A.

Logo, sendo  $y$  a saída e  $x$  a entrada, e aplicando Laplace para a equação diferencial com condições iniciais nulas, temos a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} (IV)$$

### 3.1.5 Ações de Controle

“Um controlador automático compara o valor real de saída do processo com o valor desejado, determina o desvio e produz um sinal de controle que reduz o desvio a um valor nulo ou muito pequeno.” (OGATA, 1984).

Neste tópico é importante ressaltar como as ações de controle interferem no sistema a ser controlado. Basicamente o controlador recebe a informação do valor de saída da planta, compara com um valor pré-definido (*set point*), e toma uma ação de controle (MV) afim de reduzir o erro entre este valor (*set point*) e sua variável de processo (PV) que é aquela medida e enviada ao controlador.

Abaixo serão apresentadas alguns tipos de ações de controle, tais como:

- Ação de controle proporcional;
- Ação de controle integral;

- Ação de controle proporcional mais integral;
- Ação de controle proporcional mais derivativa;
- Ação de controle proporcional mais derivativa mais integral.

### **Ação de controle proporcional:**

Segundo Ogata (1982 p.174), o controlador proporcional é essencialmente um amplificador com ganho ajustável.

A relação de saída do controlador e do sinal de erro é dado por:

$$m(t) = K_p e(t) \quad (V)$$

Sendo:

$m(t)$  = saída do controlador;

$e(t)$  = erro.

Aplicando Laplace:

$$M(s) = K_p E(s) \quad (VI)$$

Logo:

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p \quad (VII)$$

Onde:

$K_p$  = Ganho proporcional.

### **Ação de controle integral:**

“Em um controlador com ação de controle integral, o valor da saída do controlador  $m(t)$  é variado em uma taxa proporcional ao sinal erro atuante  $e(t)$ .” (OGATA, 1982).

Isto é:

$$\frac{dm(t)}{dt} = K_i e(t) \text{ (VIII)}$$

ou:

$$m(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \text{ (IX)}$$

Aplicando Laplace, obtemos a seguinte função de transferência para o controle integral sendo ( $K_i$  o ganho integral):

$$\frac{M(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s} \text{ (X)}$$

### **Ação de controle proporcional mais integral:**

Segundo Ogata (1982, p.175), tanto o ganho proporcional quanto o tempo integral são ajustáveis: o tempo integral ajusta o tempo de controle integral, já o ganho proporcional afeta tanto a parte proporcional quanto a parte integral da ação de controle.

Sendo:

$K_p =$  ganho proporcional;

$T_i =$  tempo integral.

Temos:

$$m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \text{ (XI)}$$

Com a função de transferência:

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (XII)$$

### **Ação de controle proporcional mais derivativa:**

“A ação de controle derivativa, algumas vezes denominada controle de taxa, é onde a magnitude da saída do controlador é proporcional à taxa de variação do sinal erro atuante...” (OGATA, 1982).

A ação de controle derivativa nunca é utilizada sozinha, ela sempre acompanha outra ação de controle.

Segundo OGATA (1982, p.177), o tempo derivativo é o intervalo de tempo pelo qual a ação de taxa avança o efeito da ação de controle proporcional.

Temos:

$$m(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (XIII)$$

Onde:

$T_d = t$  é o tempo derivativo.

A função de transferência para este caso é dada por:

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p (1 + T_d s) \quad (XIV)$$

### **Ação de controle proporcional mais derivativa mais integral:**

Basicamente esta ação de controle é a soma entre as ações de controle proporcional, integral e derivativa.

Sua equação é dada por:

$$m(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (XV)$$

A função de transferência é dada por:

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (XVI)$$

### 3.1.6 Controle PID

O controle PID admite diversas técnicas de sintonia que foram sendo aperfeiçoadas ao longo dos anos, geralmente estes PIDs sofrem ajustes finos em campo (indústria) para melhorar seu desempenho.

“Como a maioria dos controladores PID são ajustados em campo, diferentes regras de sintonia vêm sendo propostas na literatura. Com a utilização dessas regras de sintonia, ajustes finos no controlador PID podem ser feitos em campo.” (OGATA, 2003, p.557).

#### Regras de sintonia para controladores PID:

Segundo Ogata (2003, p.558), é possível aplicar vários métodos de projeto para determinação dos parâmetros dos controladores uma vez que se possa levantar o modelo matemático do sistema. Caso a planta seja demasiadamente complexa para se levantar um modelo matemático, então não se pode utilizar uma abordagem analítica do projeto do controlador PID, fazendo com que se utilize abordagens experimentais para a sintonia dos controladores.

Um dos métodos de sintonia utilizados é o método de Ziegler e Nichols, que consiste em ajustar os parâmetros  $(K_p, T_i, T_d)$ , observando a resposta ao degrau unitário no valor de  $K_p$  que resulta na estabilidade marginal.

“...baseadas na resposta experimental ao degrau unitário no valor de  $K_p$  que resulta em uma estabilidade marginal, quando somente uma ação proporcional é utilizada.” (OGATA, 2003, p.558).

### Regras de Ziegler – Nichols para sintonia de controladores PID:

Segundo Ogata (2003, p.558), Ziegler e Nichols propuseram regras para os parâmetros de controle citados acima (ganho proporcional, tempo integral e tempo derivativo), baseados na resposta temporal da planta.

Existem dois métodos para levantamento dos parâmetros que eles propuseram.

“No primeiro método, obtemos experimentalmente a resposta da planta a uma entrada a degrau unitário. Se a planta não possuir integradores nem pólos complexos conjugados dominantes, então essa curva de resposta ao degrau unitário pode ter aspecto de um S.” (OGATA, 2003) , conforme a figura abaixo.

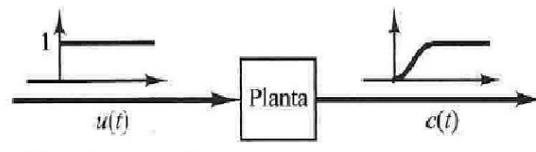


Figura 1: Resposta ao Degrau Unitário

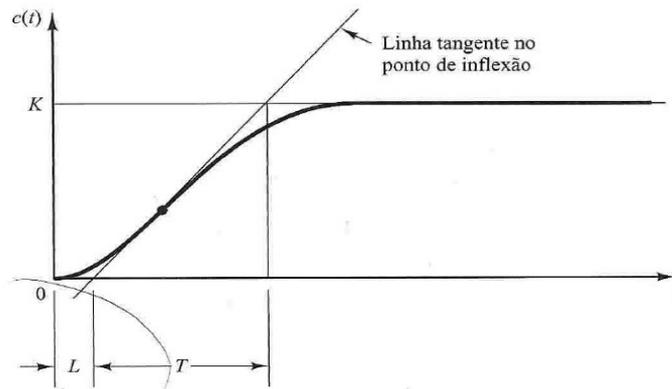


Figura 2: Curva em S

A curva “S” é apresentada na Figura 2. Observando o gráfico, nota-se a existência de duas constantes: o atraso  $L$  e a constante de tempo  $T$ , ambos determinados ao se traçar a reta tangente ao ponto de inflexão dessa curva.

Segundo Ogata (2003, p.559), a função de transferência aproximada pelo seguinte sistema de primeira ordem é:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-Ls}}{Ts+1} \quad (XVII)$$

Portanto, o controlador PID sintonizado pelo primeiro método de Ziegler-Nichols, fornece:

$$G_c = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (XVIII)$$

$$G_c = 1.2 \frac{T}{L} \left( 1 + \frac{1}{2Ls} + 0.5 Ls \right) = 0.6 T \frac{\left( s + \frac{1}{L} \right)^2}{s} \quad (XIX)$$

Concluindo que o controlador tem um pólo na origem e zeros duplos.

$$s = -\frac{1}{L} \quad (XX)$$

O apêndice B mostra a tabela de Ziegler-Nichols para o primeiro método de sintonia.

Para Ogata (2003,p.560), o segundo método de Ziegler-Nichols é apresentado da seguinte forma:

Primeiramente define-se  $T_i = \infty$  e  $T_d = 0$ . Depois, utiliza-se somente a ação de controle proporcional, aumentando gradualmente o parâmetro  $K_p$  de 0 até um valor crítico  $K_{cr}$ , onde a saída exibe uma oscilação sustentada pela primeira vez. Então, o ganho crítico e seu correspondente período crítico são obtidos experimentalmente.

A tabela com os valores sugeridos por Ziegler-Nichols para o segundo método é apresentada no apêndice B.

O PID sintonizado pelo segundo método apresenta:

$$G_c = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (XXI)$$

$$G_c = 0.6 K_{cr} \left( 1 + \frac{1}{0.5 P_{cr} s} + 0.125 P_{cr} s \right) = 0.075 K_{cr} P_{cr} \frac{\left( s + \frac{4}{P_{cr}} \right)^2}{s} \quad (XXII)$$

Portanto, o controlador tem um pólo na origem e zeros duplos.

$$s = \frac{-4}{P_{cr}} \quad (XXIII)$$

### 3.1.7 Controle Multivariável

A tendência dos sistemas de automação é de se tornarem mais complexos devido à necessidade de realizarem tarefas mais complexas. (OGATA, 2003,p.58).

Sistemas complexos podem ter múltiplas entradas e/ou múltiplas saídas e ainda serem variantes no tempo.

A vantagem do controle moderno sobre o controle convencional, é que o primeiro pode tratar de entradas e saídas variantes no tempo. O controle convencional, em contrapartida, deve ser monovariável e invariante no tempo:

A teoria de controle moderno: "...é aplicada em sistemas de entradas e saídas múltiplas, que podem ser lineares ou não lineares."(OGATA, 2003,p.59). A teoria de controle convencional, em contrapartida, "é aplicável somente a sistemas lineares, invariantes no tempo, de entrada e saída única."(OGATA, 2003,p.59).

Além disso, segundo OGATA (2003,p.59), o controle moderno pode ter uma abordagem no domínio do tempo ou ainda no domínio da frequência quando se possui a matriz função de transferência do sistema, enquanto o controle convencional é uma abordagem no domínio da frequência complexa.

Antes de apresentar a representação em espaços de estados, serão apresentados os conceitos necessários para melhor entendimento.

**Estado:** "...é o menor conjunto de variáveis (chamadas de *variáveis de estado*), tais que o conhecimento dessas variáveis em  $t=t_0$ , juntamente com o conhecimento da entrada  $x \geq x_0$ , determina completamente o comportamento do sistema para qualquer instante  $t \geq t_0$ ."(OGATA, 2003,p.59).

**Variáveis de estado:** "...são aquelas que constituem o menor conjunto de variáveis capaz de determinar o estado desse sistema dinâmico."(OGATA, 2003,.p59).

**Vetor de estados:** Segundo Ogata (2003,p.59), o vetor de estados é aquele que determina univocamente o estado do sistema  $x(t)$ ,  $x \geq x_0$ , e especificada a entrada  $u(t)$ , para  $t \geq t_0$ .

**Espaço de estados:** Segundo Ogata (2003,p.59), o espaço n-dimensional, onde os eixos coordenados são formados de  $x_0, x_1, \dots, x_n$ , onde  $x_0, x_1, \dots, x_n$  são variáveis de estado, é chamado de espaço de estado.

**Equações em espaço de estados:** Para Ogata (2003,p.59), são compostas pelas variáveis de entrada, variáveis de saída e as variáveis de estado.

Pode-se definir agora as equações em espaço de estado para um sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas, apresentadas por OGATA(2003,p.60).

**Variáveis de estado:**

Sendo  $u$  entradas do sistema,  $y$  saídas do sistema e  $x$  as variáveis de estado temos:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \end{aligned} \quad (XXIV)$$

As saídas  $y_1(t)$  e  $y_2(t) \dots y_m(t)$  são representadas por:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ y_2(t) &= g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ &\vdots \\ y_m(t) &= g_m(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \end{aligned} \quad (XXV)$$

Se definirmos:

$$\begin{aligned} x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, f(x, u, t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r, t) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r, t) \\ \vdots \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r, t) \end{bmatrix} \\ \\ y(t) = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}, g(x, u, t) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r, t) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r, t) \\ \vdots \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r, t) \end{bmatrix}, u(t) = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (XXVI)$$

Logo:

$$\dot{x}(t)=f(x,u,t)$$

$$y(t)=g(x,u,t) \text{ (XXVII)}$$

Se as funções vetoriais  $f$  e  $g$  envolverem explicitamente o tempo, o sistema é dito variante no tempo, se forem linearizados para um ponto de operação temos:

$$\dot{x}(t)=A(t)x(t)+B(t)u(t)$$

$$y(t)=C(t)x(t)+D(t)u(t) \text{ (XXVIII)}$$

Sendo  $A(t)$  – matriz de estados,  $B(t)$  – matriz de entrada,  $C(t)$  – matriz de saída e  $D(t)$  – matriz de transmissão direta.

Por fim, para sistemas invariantes no tempo temos:

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$$

$$y(t)=Cx(t)+Du(t) \text{ (XXIX)}$$

Vale ressaltar ainda o conceito de controlabilidade, para analisar se um sistema é dito controlável ao se calcular sua matriz de controlabilidade.

“Um sistema será dito controlável no instante  $t_0$  se for possível, por meio de um vetor de controle não limitado, transferir o sistema de qualquer estado inicial  $x(t_0)$  para qualquer outro estado, em um intervalo de tempo finito.” (OGATA, 2003).

### 3.2 Lógica Fuzzy

Neste tópico será apresentada uma revisão teórica sobre a lógica *Fuzzy*, que será utilizada neste trabalho de conclusão de curso como uma ferramenta de controle.

Para Kovacic (2006, p.1), a capacidade humana de resolver trabalhos complexos por meio de seu raciocínio, escrita, fala, imagens etc é chamada de inteligência humana. Tal inteligência é estudada por cientistas para que máquinas possam imitar o comportamento humano de análise e ações para solucionar problemas, desta forma foi inserido o conceito de inteligência artificial, que nada mais é que uma máquina replicar um comportamento humano.

Ao longo do tempo foram desenvolvidas várias técnicas de inteligência artificial, dentre as quais estão a lógica *fuzzy*, os algoritmos genéticos e as redes neurais artificiais.

A seguir serão apresentadas as definições básicas de conjunto *fuzzy* e seus operadores.

### 3.2.1 Conjuntos *Fuzzy*

Segundo Kovacic (2006, p.9), um conjunto matemático comum pode ser definido por sua função característica, o que não ocorre nos conjuntos *fuzzy*, pois a condição muito maior, ou muito menor é imprecisa.

Exemplo:

$$A = \{x: x \in \mathbb{N}, x > 10\}$$

Conjunto matemático simples.

$$B = \{x: x \in \mathbb{N}, x \gg 10\}$$

Conjunto matemático impreciso.

“Na teoria clássica dos conjuntos, o conceito de pertinência de um elemento a um conjunto fica bem definido. Dado um conjunto  $A$  em um universo  $X$ , os elementos

deste universo simplesmente pertencem ou não pertencem àquele conjunto.” (TANSCHKEIT, 2004, p.4).

$$f_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{e se somente se } x \in A \\ 0 & \text{e se somente se } x \notin A \end{cases}$$

Os conjuntos nebulosos ou conjuntos *Fuzzy*, segundo Tanscheit (2004) podem ser discretos ou contínuos. Sendo um conjunto discreto e finito, o conjunto *Fuzzy A* normalmente é representado:

- Por um vetor contendo os graus de pertinência do conjunto A dos elementos correspondentes de X.
- Pela seguinte notação (que não deve ser confundida com a soma algébrica).

$$\sum_{i=1}^n \mu_A \frac{(X_i)}{X_i} (XXX)$$

Se o universo X for contínuo, emprega-se muitas vezes a seguinte notação (o símbolo da integração deve ser interpretado da mesma forma que a somatória da equação descrita acima:

$$\int \mu_A \frac{(X)}{X} (XXXI)$$

As operações mais comuns entre conjuntos nebulosos são:

- União -  $A \cup B$
- Interseção -  $A \cap B$
- Complemento  $\bar{A}$
- Contém:  $A \subset B$
- Identidade:  $\phi \rightarrow A$

E para estas operações valem as seguintes propriedades:

- Comutatividade:  $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$

- Associabilidade:  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ ,  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$
- Distributividade:  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ,  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- Involução:  $A = \bar{\bar{A}}$
- Idempotência:  $A \cup A = A$ ,  $A \cap A = A$
- Identidade:  $A \cup \phi = A$ ,  $A \cap X = A$ ,  $A \cap \phi = A$ ,  $A \cup X = A$

Por fim, assim como os conjuntos nebulosos, as relações nebulosas não obedecem as leis de exclusão do meio e contradição:

$$A \cap \bar{A} \neq E$$

$$A \cap \bar{A} \neq O$$

### 3.2.2 Variáveis Linguísticas

“Uma variável linguística é uma variável cujos valores são nomes de conjuntos fuzzy. Por exemplo, a *temperatura* de um determinado processo pode ser uma variável linguística assumindo valores *baixa*, *média*, e *alta*.” (TANSCHUIT, 2004, p.5).

Essas variáveis linguísticas são valoradas de acordo com suas funções de pertinência.

### 3.2.3 Funções de Pertinência

Para Tanscheit (2004) as funções de pertinência podem ter diferentes formas, dependendo do conceito que se deseja representar e do contexto que serão utilizadas.

Abaixo segue um exemplo que mostra a relevância de escolhas adequadas para as funções de pertinência para uma melhor distribuição no conjunto universo:

Considerando a variável linguística estatura.

$T(\text{estatura}) = \{\text{baixa}, \text{média}, \text{alta}\}$ , com conjuntos *fuzzy* correspondentes A, B e C respectivamente.

Uma possibilidade para as função de pertinência é apresentada abaixo:

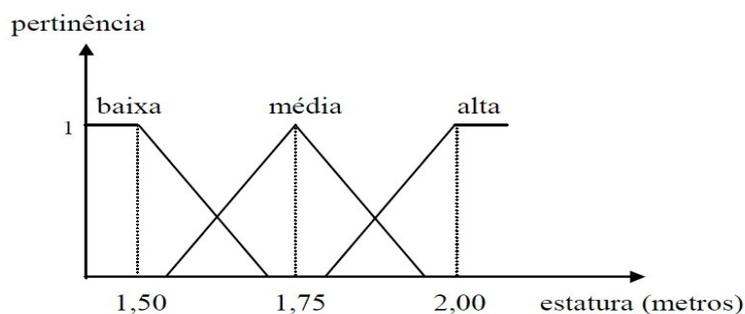


Figura 3: Função de Pertinência

Para este exemplo em específico, estaturas com até 1.50m pertencem totalmente ao conjunto A, que representa a variável linguística *baixa* e nesta faixa tem pertinência 1. Os valores entre 1.50m e 2.00m tendo seu máximo em 1.75m pertencem ao conjunto B e representa a variável linguística *média* e por fim o conjunto C é representado por valores que se aproximam em 2.0m representa a variável linguística *alta*.

As funções de pertinência mais utilizadas são as funções triangular, trapezoidal, gaussiana e a sino-gaussiana.

As funções de pertinência supracitadas são apresentadas a seguir:

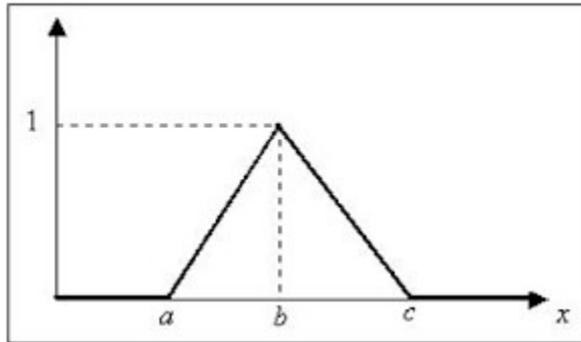


Figura 4: Função de pertinência triangular

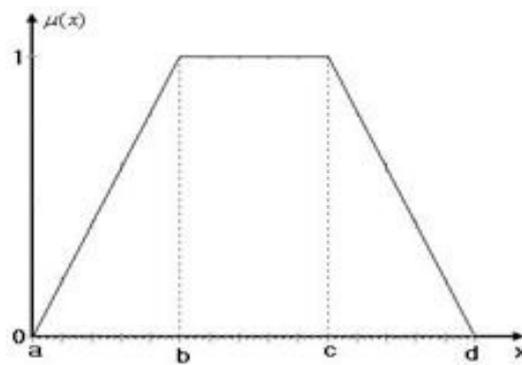


Figura 5: Função de pertinência trapezoidal

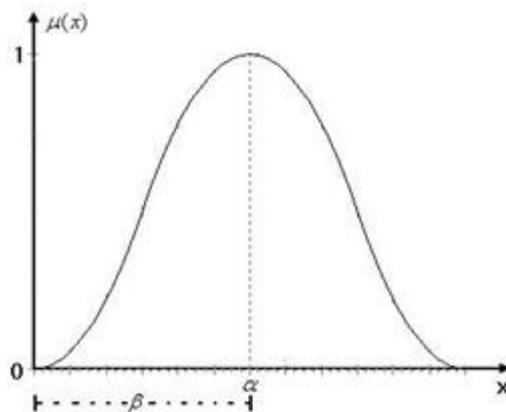


Figura 6: Função de pertinência gaussiana

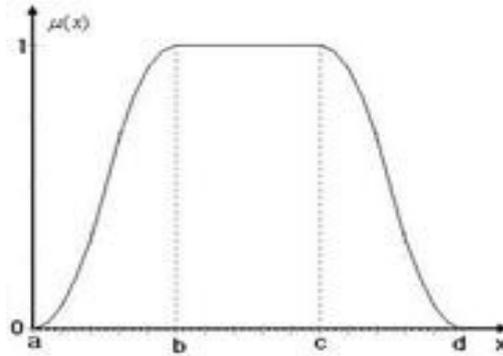


Figura 7: Função de pertinência sino-gaussiana

Além disso as funções de pertinência podem ser contínuas e descontínuas. Para Tanscheit (2004), funções contínuas podem ser definidas por meio de funções analíticas, apresentadas abaixo pela equação:

$$\mu_A(X) = \left(1 + (a(x-c))^b\right)^{-1} \quad (XXXII)$$

A função geral apresentada acima, pode ser utilizada para descrever as funções de pertinência associadas aos conjuntos *fuzzy* correspondentes às suas variáveis linguísticas (pequena, média e alta).

Para as variáveis linguísticas temos:

$$\mu_{pequeno}(X) = \left(1 + 9x^2\right)^{-1} \quad (XXXIII)$$

$$\mu_{medio}(X) = \left(1 + 9(x-0.5)^2\right)^{-1} \quad (XXXIV)$$

$$\mu_{grande}(X) = \left(1 + 9(x-2)^2\right)^{-1} \quad (XXXV)$$

Funções de pertinência descontínuas são compostas de elementos contínuos lineares, resultando em formas triangulares ou trapezoidais. Funções de pertinência discretizadas consistem de conjunto de valores discretos correspondendo a elementos discretos do universo.

Por exemplo:

$$X = \{0,1,2,3,4,5,6\}$$

Uma representação possível seria:

$$\mu_{pequeno} = \{0,3; 0,7; 1; 0,7; 0,3; 0; 0\}$$

$$\mu_{medio} = \{0; 0; 0,3; 0,7; 1; 0,7; 0,3\}$$

$$\mu_{grande} = \{0; 0; 0; 0,3; 0,7; 1\}$$

### 3.2.4 Proposições e Relações *Fuzzy*

Segundo Tanscheit (2004), se  $\Pi$  é A, onde  $\Pi$  é o nome de uma variável linguística e A um conjunto *fuzzy* definido no universo X de  $\Pi$  é chamada de proposição *fuzzy*.

No caso mais básico a sua representação se dá através do produto cartesiano das variáveis linguísticas e da utilização das relações *fuzzy*.

As proposições podem ser combinadas por meio de diferentes operadores, como por exemplo, conectivos lógicos AND e OR, a negação NOT e o operador de implicação IF...THEN, as proposições daí resultantes podem ser descritas como relações.

Em geral, o conectivo AND é utilizado para relacionar universos diferentes, enquanto o OR é utilizado para relacionar valores linguísticos de uma mesma variável linguística, porém se o conectivo OR for utilizado junto ao conectivo de implicação IF...THEN, ele pode descrever uma relação entre variáveis diferentes.

### 3.2.5 Inferência

As regras Fuzzy “são expressas através de *implicações lógicas*, da forma se...então, representando uma relação  $R_{A \rightarrow B}$  entre um ou mais *antecedentes* e um ou mais *consequentes*.”(TANSCHÉIT, 2004, p.16).

Para Tanscheit (2004), na lógica tradicional lida-se com proposições do tipo verdadeiras ou falsas, e para as operações mais comuns são:

- Conjunção ( $p \wedge q$ ) estabelece a verdade simultânea de duas proposições;
- Disjunção ( $p \vee q$ ) estabelece a de uma ou de ambas proposições;
- Implicação ( $p \rightarrow q$ ) estabelece a regra se...então;
- Negação ( $\sim p$ ) estabelece a relação “é falso que...”;
- Equivalência ( $p \leftrightarrow q$ ) estabelece que ambos são verdadeiros ou falsos.

“As relações entre proposições são normalmente mostradas através de uma *tabela verdade*; as *tabelas verdade* para conjunção, disjunção, implicação, equivalência e negação, que constituem axiomas fundamentais da lógica proposicional.”(TANSCHÉIT, 2004, p.17).

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$
V	V	V	V	V	V	F
V	F	F	V	F	F	F
F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	F	V	V	V

Quadro 1: Tabela verdade para as operações

Algumas equivalências lógicas importantes entre lógica, teoria de conjuntos e lógica booleana são apresentadas a seguir:

Lógica	Teoria dos Conjuntos	Álgebra Booleana
$\wedge$	$\cap$	$\times$
$\vee$	$\cup$	$+$
$\sim$	$'$	$'$
$V$		$1$
$F$		$0$
$\leftrightarrow$		$=$

Quadro 2: Tabela de conversões lógicas

### 3.3 Arquitetura típica de um sistema de inferência *Fuzzy*

Nesta seção serão apresentados os elementos básicos de um sistema com processamento baseado em lógica *Fuzzy*, conforme esquematizado na figura 8.

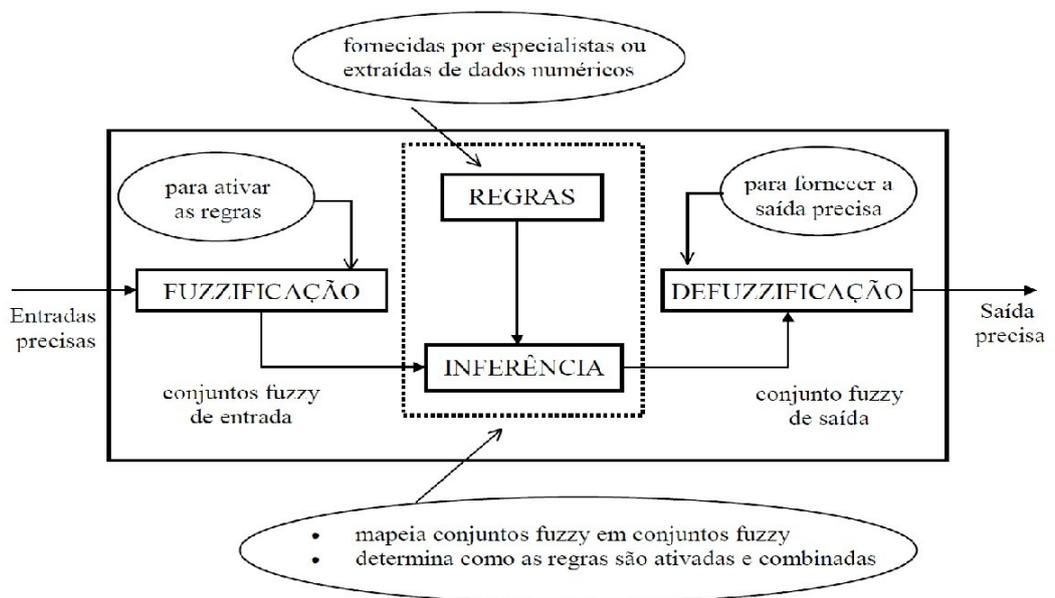


Figura 8: Sistema de Inferência Fuzzy

Para um sistema de inferência *Fuzzy* operar, é necessário que o sistema de inferência mapeie os conjuntos *fuzzy* e determine como as regras serão ativadas e combinadas. Tais regras podem ser fornecidas por especialistas ou extraídas de dados numéricos; elas geralmente necessitam de uma análise precisa de quem as modelou para serem confiáveis e atingirem os resultados esperados. A fuzzyficação tem o papel de receber as entradas qualitativas e transformá-las em quantitativas para que seja possível a ativação das regras. A defuzzyficação, por sua vez, tem o papel de transformar os resultados do sistema de inferência em valores de saída que possam ser utilizados para um dado processo.

### 3.3.1 Fuzzyficação

Para Tanscheit (2004), a etapa de fuzzyficação tem como função fazer o mapeamento das variáveis de entrada não *fuzzy*, convertê-las em variáveis *fuzzy* utilizando geralmente o método Mamdani, é neste estágio que também são ativadas regras relevantes para uma dada situação.

### 3.3.2 Defuzzyficação

Também chamada de Desneburização, segundo Tanscheit (2004) é feita a “interpretação” do conjunto *fuzzy* de saída. Isso se faz necessário, pois em aplicações práticas, são requeridas saídas precisas. Há alguns métodos de defuzzyficação, os mais utilizados são o centro de gravidade e média dos máximos, gerando uma resposta precisa na saída do controlador.

A equação apresentada abaixo é a equação do centro de gravidade em domínio discreto:

$$u_{FC}(x_k, y_k) = \frac{\sum_i u_i \sum_{j=1}^r \mu_{FR^j}(x_k, y_k, u_i)}{\sum_i \sum_{j=1}^r \mu_{FR^j}(x_k, y_k, u_i)} \quad (XXXVI)$$

### **3.4 Trabalhos correlatos:**

Neste tópico serão apresentados alguns trabalhos que abordam os temas de controle clássico (PID), controle moderno e lógica *fuzzy*.

#### **3.4.1 Avaliação de Controles PID Adaptativos para um Sistema de Aquecimento Resistivo de Água**

“O trabalho consiste na implementação de um controle convencional PID/SISO-*feedback* para obter um ajuste fino na temperatura de entrada da água de aquecimento em um processo de pasteurização.” (BERTO; SÁ; JR, 2004). Os autores utilizaram três tipos de sintonia PID para os testes. A primeira foi a sintonia adaptativa, pelo método da curva de reação do processo, a segunda foi a sintonia pelas constantes médias do PID e a terceira foi a sintonia pelo método de ASTROM e HAGGLUND. Em seguida avaliaram o desempenho de cada sintonia. Tais análises foram feitas em função do erro obtidos por perturbações do sistema em malha fechada. O melhor resultado obtido foi o terceiro método de sintonia, pois apresentou menores oscilações e menores valores de índices de erro.

#### **3.4.2 Controle Neuro-Fuzzy de Processo de Nível Multivariável**

“Este trabalho se propõe a apresentar um controlador *fuzzy* com regras treinadas por redes neurais artificiais (sistema neuro-*fuzzy*) para o controle de um processo não linear de nível...” (FREITAS; BAUCHSPIESS, 2007). Os autores apresentaram um controlador ANFIS – *adaptive neural fuzzy inference system* para controlar um sistema de nível de terceira ordem. Os resultados obtidos foram satisfatórios, o que dá base para que trabalhos futuros para sistemas reais sejam implementados.

### **3.4.3 Sistema Fuzzy Compacto Embarcado em DSP e sua Aplicação para Controle V/F Motores de Indução**

O trabalho apresentado em (SUETAKE; SILVA; GOEDEL, 2010) trata da implementação de algoritmos com estratégias *fuzzy* para sistemas embarcados em processadores digitais de sinais, objetivando o controle escalar de motores de indução trifásicos. A estratégia de controle utilizada foi modular a largura de pulso de um inversor de frequência e ajustar a amplitude do sinal de tensão de alimentação do motor de indução. Comparando os resultados observou-se que o sistema *fuzzy* foi capaz de sobrepor a resposta do controlador PID, mostrando que o controle é eficaz.

### **3.4.4 Controle Fuzzy para Sistema de Nível de Líquidos**

O artigo apresentado em (FILHO; GOSMANN; BAUCHSPIESS, 2002) tem como objetivo comparar o controle PI ao controle *fuzzy* para o controle de nível de líquidos, visto que tal sistema é dito não linear. Os resultados obtidos permitem comparar os dois sistemas de forma qualitativa e quantitativa. É possível notar uma melhora na resposta com a utilização do controlador nebuloso.

### **3.4.5 Controladores PID Auto-Ajustável e Nebuloso: Aspectos de Projeto, Sintonia e Aplicação Prática**

O trabalho apresentado em (ALMEIDA; COELHO, 1999) trata os aspectos de projeto, sintonia e aplicação prática de controladores PID. Três estratégias de controle são realizadas, PID auto-ajustável com método do relé, controlador PID nebuloso auto-ajustável e PID nebuloso com regras nebulosas de escalonamento dos ganhos. O objetivo é comparar as repostas de tais controladores para ver qual o melhor em resposta. O método do PID nebuloso com regras nebulosas de escalonamento dos ganhos foi utilizado para melhorar o desempenho dos dois métodos anteriormente descritos, o resultado foi eficaz.



tanques das extremidades serem alimentados por uma vazão de entrada e possuírem uma vazão de saída na sua extremidade inferior.

Em seguida foi utilizada a ferramenta Simulink para replicar o sistema contido em (FILHO; GOSMANN; BAUCHSPIESS, 2002).

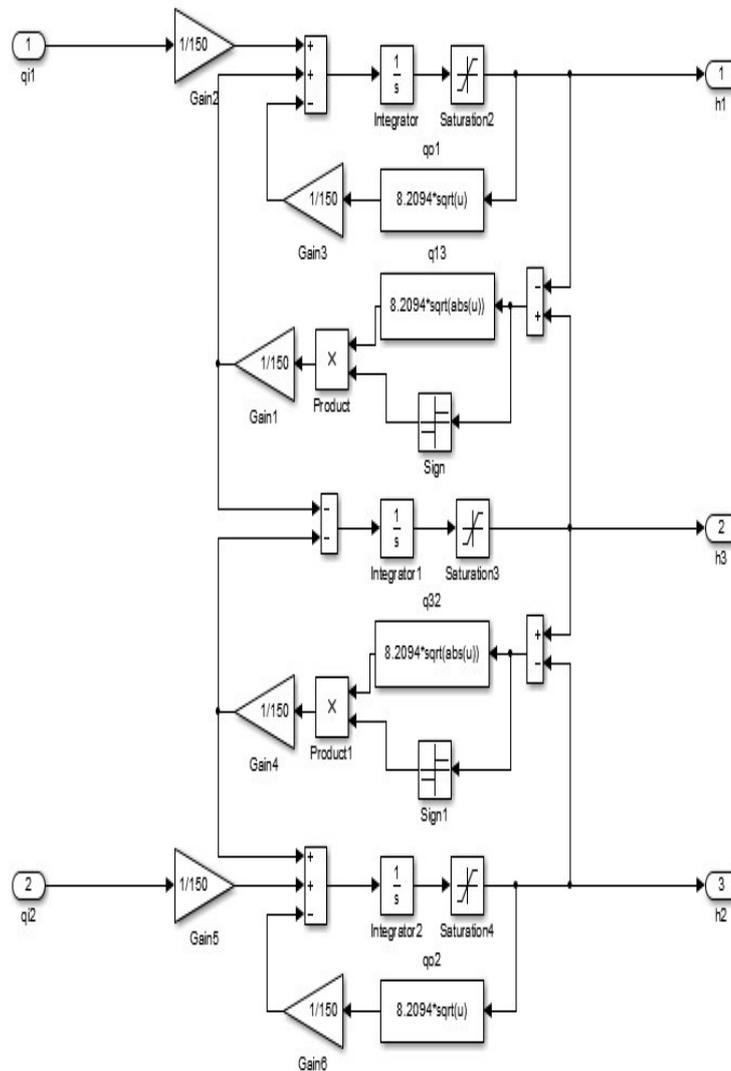


Figura 10: Sistema de três tanques no Simulink

Na Figura 10, q1 e q2 são as vazões de entrada. Os ganhos representam a capacitância volumétrica e a saturação é apenas para fixar as alturas h1, h2 e h3 com valores positivos. O parâmetro H3 sofre influência tanto da vazão q1 quanto da vazão q2.

A etapa seguinte foi levantar as matrizes A, B, C e D para a representação em espaço de estados. Tais matrizes foram obtidas analisando o sistema acima, respeitando suas entradas e saídas. Os integradores representam os tanques, a saturação limita o nível a valores positivos, os ganhos representam a capacitância volumétrica do sistema e as realimentações representam as interações entre os tanques. O *software* MATLAB foi usado na obtenção das matrizes, por meio de um *script* que apresenta as matrizes já simplificadas, apresentadas a seguir.

$$A = \begin{bmatrix} -0.1095 & 0 & 0.05473 \\ 0 & -0.1095 & 0.05473 \\ 0.05473 & 0.05473 & -0.1095 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.0066670 \\ 0.0066667 \\ 0.0066667 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Partindo da equação geral da representação em espaço de estados, tem-se:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (XXXVII)$$

Logo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1095 & 0 & 0.05473 \\ 0 & -0.1095 & 0.05473 \\ 0.05473 & 0.05473 & -0.1095 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0066670 \\ 0.0066667 \\ 0.0066667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (XXXVIII)$$

Partindo da definição de matriz de controlabilidade descrito no capítulo de Revisão Bibliográfica, foi calculada para saber se de fato o sistema é controlável. A matriz de controlabilidade é dada por:

$$C_x = [B \ AB \ \dots \ A^{(n-1)} \ B] \quad (XXXIX)$$

Neste caso:

$$C_x = [B \ AB \ A^2 \ B] \quad (XL)$$

$$C_x = \begin{bmatrix} 0.006667 & 0 & -0.0007 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0.006667 & 0 & -0.0007 & 0 & 0.0001 \\ 0 & 0 & 0.0004 & 0.0004 & -0.0001 & -0.0001 \end{bmatrix} \quad (XLI)$$

Calculando o *rank* da matriz de controlabilidade no *script* feito no MATLAB com resultado igual a 3. Nota-se que todas as linhas são linearmente independentes, logo a matriz de controlabilidade possui posto linha pleno e portanto o sistema é controlável.

A matriz de autovalores associados ao sistema é:

$$\gamma = \begin{bmatrix} -0.1869 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1095 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0321 \end{bmatrix} \quad (XLII)$$

Como todos os autovalores possuem parte real negativa o sistema é dito estável.

Todos os cálculos foram feitos no MATLAB gerando um *script* para ser executado e manter as equações salvas para poderem ser recalculadas de acordo com a necessidade.

Sabendo que o sistema é controlável, foi montada a primeira simulação no Simulink, cuja planta foi transformada em um subsistema, e na qual foi adotada a estratégia de controle de se colocar dois controles em cascata, cujo PID mais externo pega o valor de referência do tanque três para comparar com o sinal de entrada, enquanto os PIs internos buscam as referências dos tanques um e dois respectivamente.

Foi utilizado um gerador de sinal de onda quadrada com um período de oitocentos segundos e amplitude de 10, para que a simulação fosse realizada.

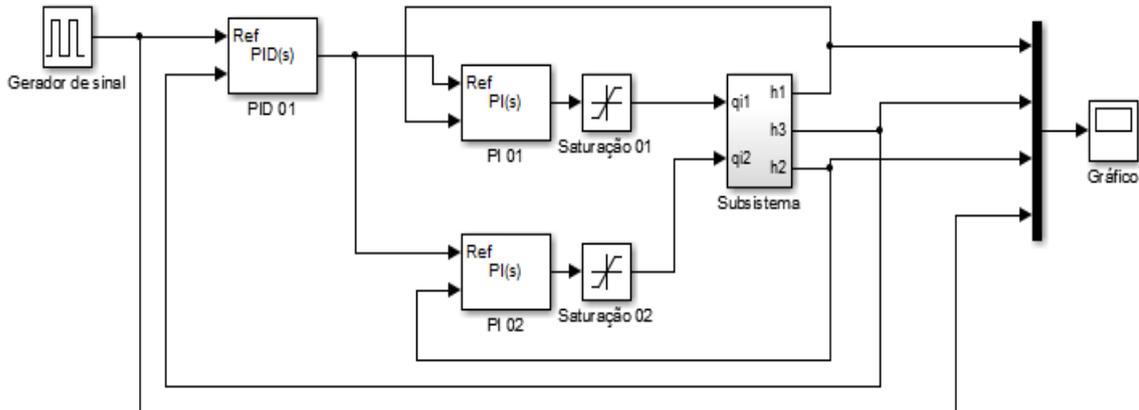


Figura 11: Sistema de controle PID/PI

Os parâmetros foram alterados de forma empírica observando o comportamento da simulação até obter uma resposta satisfatória.

Os ganhos dos controladores são respectivamente:

PID 01 – Ganho proporcional  $K_p=5$ , ganho integral  $K_i=0.05$  e ganho derivativo  $K_d=0$ .

PI 01 – Ganho proporcional  $K_p=10$  e ganho integral  $K_i=0.01$ .

PI 02 – Ganho proporcional  $K_p=10$  e ganho integral  $K_i=0.01$ .

Em seguida foi configurado o controlador *fuzzy* com duas entradas e duas saídas. As entradas são o erro entre o valor de referência do gerador de sinal e a derivada do erro. As duas saídas do controlador alimentam as duas entradas do sistema, conforme a figura abaixo:

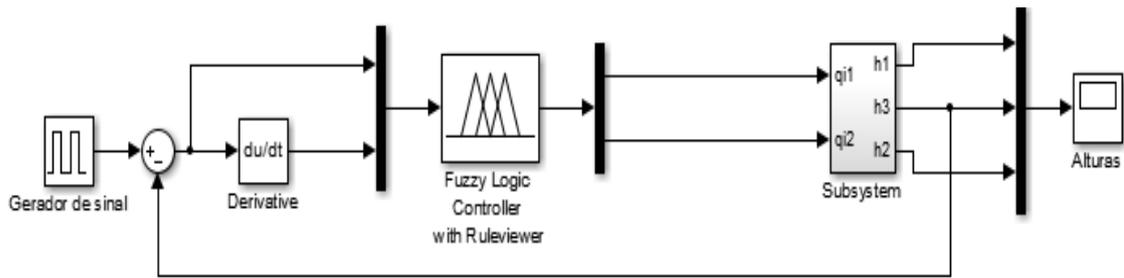


Figura 12: Sistema de controle Fuzzy

Após a configuração do sistema acima, foi gerada, por meio da *toolbox Fuzzy*, as configurações de entrada e saída e, por fim, as regras de inferência, conforme ilustrado na Figura abaixo.

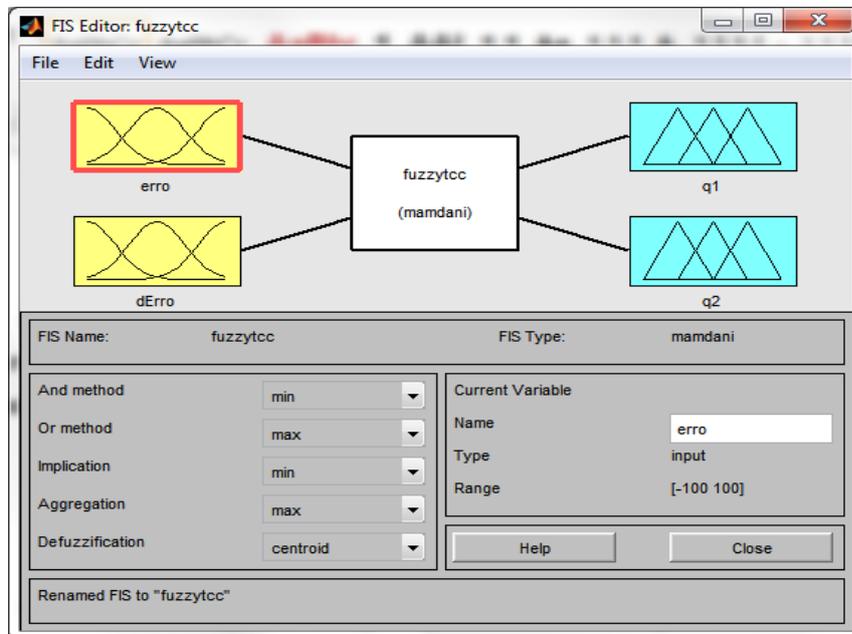


Figura 13: Modelo do controlador entradas e saídas

Vale ressaltar que a fuzzyficação foi realizada pelo método Mamdani e a defuzzyficação por centroide. As funções de pertinência das entradas são trapezoidais, com os valores linguísticos N – negativo e P – positivo, entretanto para a derivada do erro ainda existe uma função de pertinência triangular Z – zero que fica no centro do gráfico e possui valores entre -2 e 2. Já às saídas foram atribuídas funções de pertinência trapezoidais para o valor linguístico TF – totalmente fechado

e triangulares para Me – médio e TA – Totalmente aberto. As figuras 14 e 15 ilustram as funções de pertinência das entradas e das saídas, respectivamente.

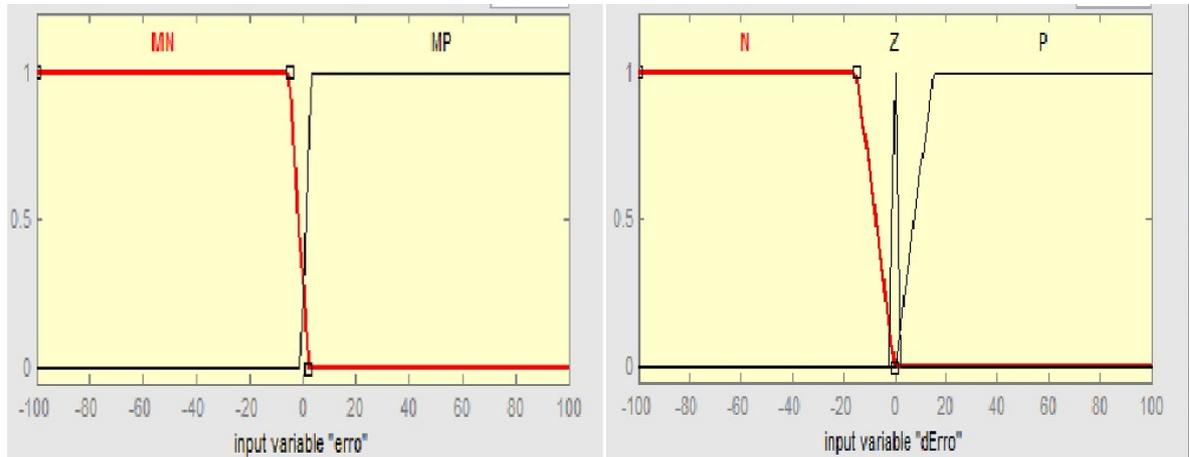


Figura 14: Funções de pertinência das entradas

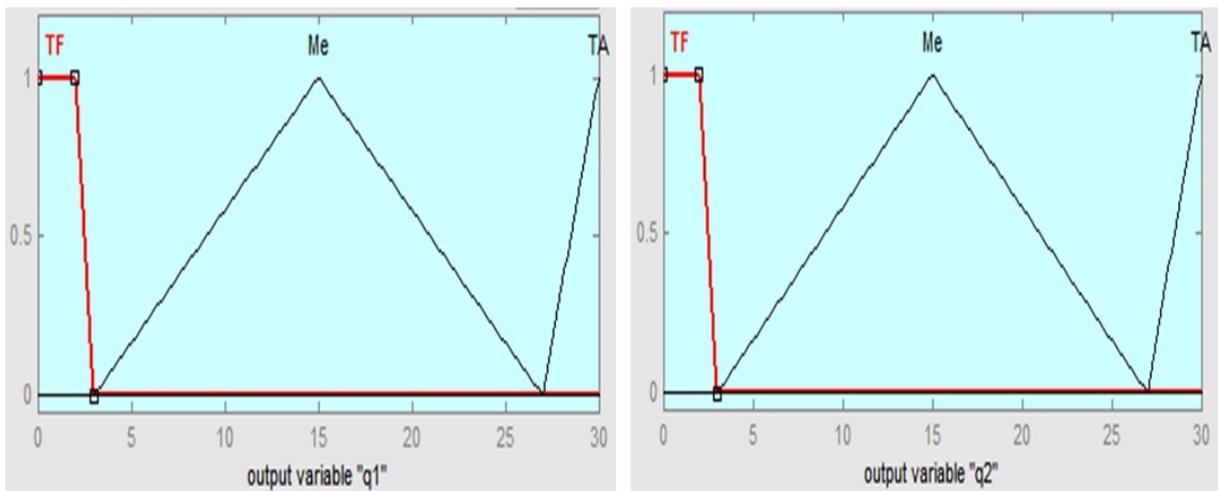


Figura 15: Funções de pertinência das saídas

Logo em seguida foram definidas as regras de inferência:

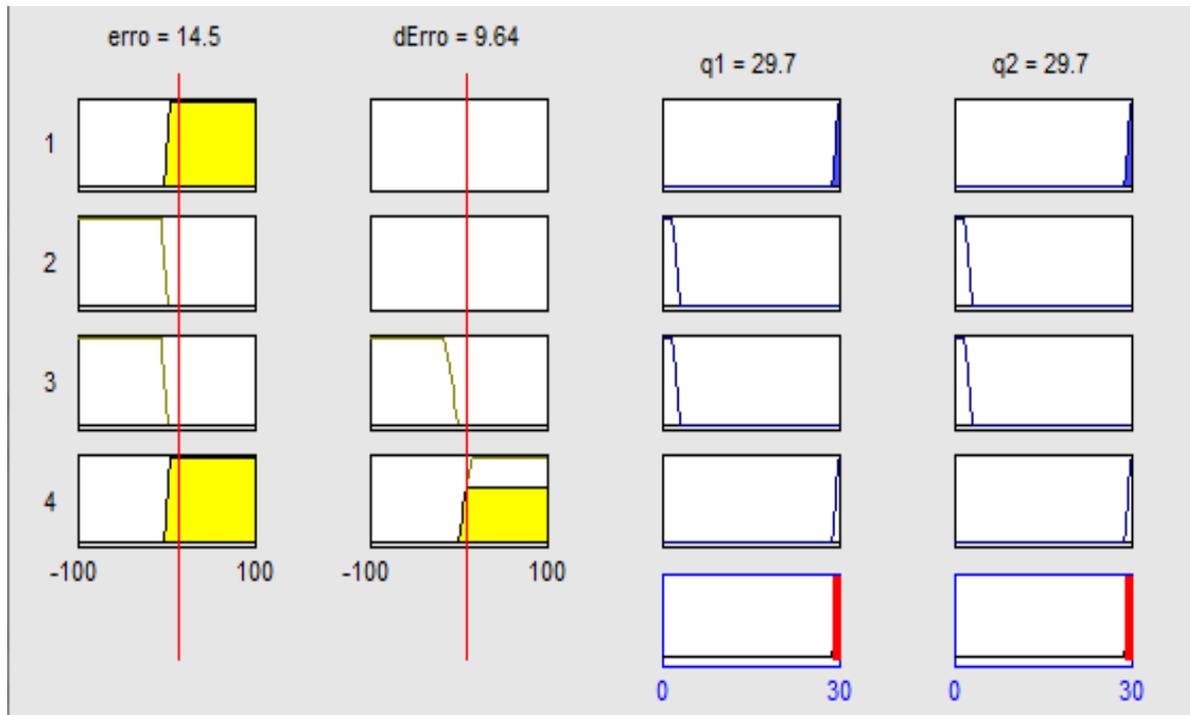


Figura 16: Regras de Inferência

Foram utilizadas quatro regras de inferência, para o controle do sistema de níveis de tanques com interação:

se (erro é MP)  $\rightarrow$  (q1 é TA) e (q2 é TA)

se (erro é MN)  $\rightarrow$  (q1 é TF) e (q2 é TF)

se (erro é MN) e (dErro é N)  $\rightarrow$  (q1 é TF) e (q2 é TF)

se (erro é MP) e (dErro é P)  $\rightarrow$  (q1 é TA) e (q2 é TA)

Com as regras inseridas foi exportado o arquivo para a *workspace* para que fosse possível que o controlador *fuzzy* no Simulink pudesse buscar as regras de inferência e controlar o sistema integrando as duas ferramentas de desenvolvimento.

Observando os resultados preliminares, foram feitas tentativas de melhorar as respostas de ambos controladores. Para o controle PID foi utilizada a técnica de sintonia de Ziegler-Nichols em malha fechada (ganho crítico e período crítico); no *Fuzzy* o método de implicação foi alterado e os ganhos de saída de controle ajustados.

No controle PID foi utilizada a estratégia de controle de definir os parâmetros  $K_p$  e  $T_i$  dos controladores PI com saída direta para o sistema do tanque através dos cálculos baseados nas variáveis de ganho crítico e tempo de resposta. Foi definido que o mesmo valor de  $T_i$  seria utilizado nos três controladores. O  $K_p$  (ganho proporcional) calculado foi utilizado apenas nos controladores PI, enquanto o controlador PID externo teve seu ganho variado até que se ajustasse a resposta desejada.

No controle *Fuzzy* foi necessário apenas um ajuste simples, alterando o método de implicação de mínimo para produto e o método de defuzzyficação para somatório, chegando assim na resposta satisfatória.

Ambos os resultados são apresentados no capítulo seguinte, para possibilitar a análise das respostas desses controladores antes e depois de ajustados.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse capítulo serão apresentados os resultados referentes às simulações desse trabalho. A simulação foi dividida em duas partes, a primeira simulação consta as primeiras respostas do sistema de controle de forma empírica e a segunda parte da simulação, aplicadas as estratégias de controle para melhorar a resposta do sistema.

Primeiramente, os controles PID e *Fuzzy* foram simulados simultaneamente, e os gráficos foram separados de acordo com o tanque. As respostas de ambos os controles foram plotadas no mesmo gráfico, para efeito de comparação.

### Simulação 1

O gráfico que permite comparar a resposta entre ambos os controles para o tanque 1 é apresentado abaixo:

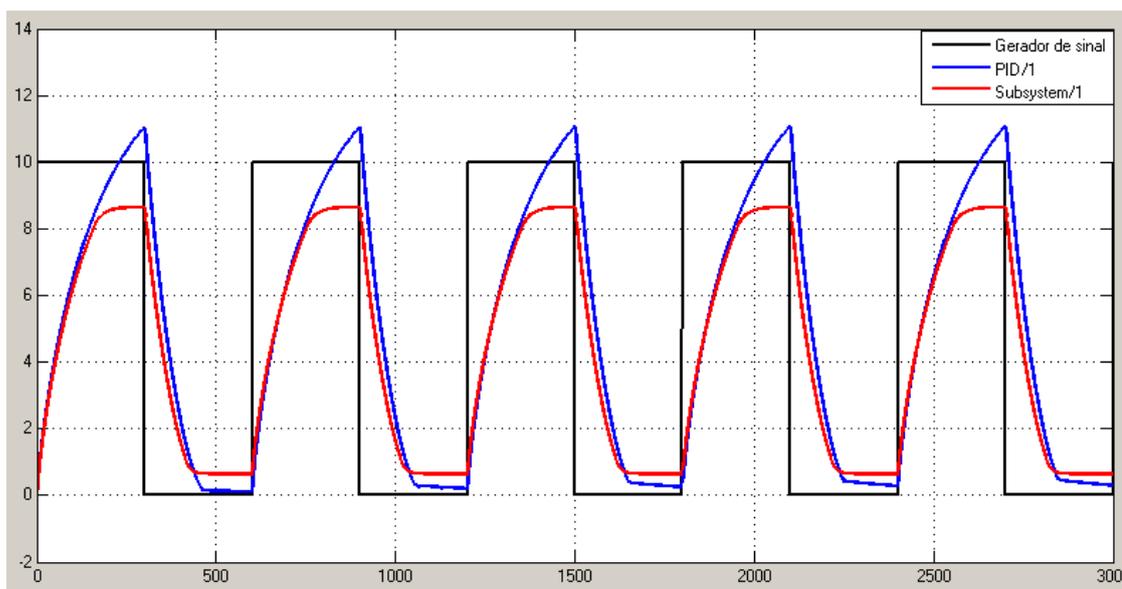


Figura 17: Tanque 1 PID x *Fuzzy*

Analogamente, para o tanque 2, tem-se o gráfico abaixo:

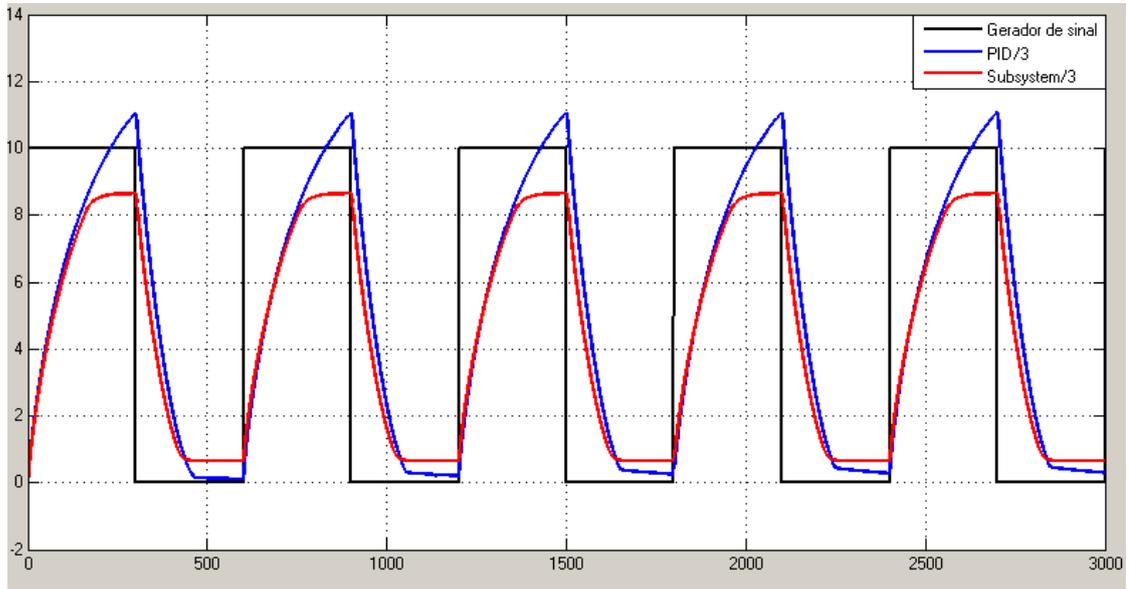


Figura 18: Tanque 2 PID x Fuzzy

Finalmente, as curvas referentes ao tanque 3 são apresentadas abaixo:

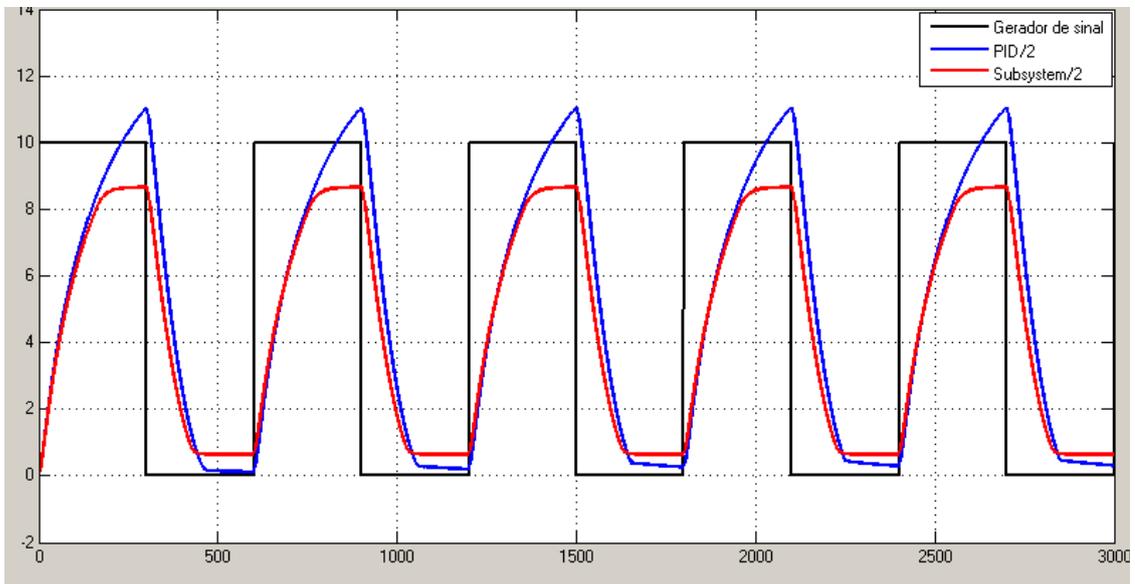


Figura 19: Tanque 3 PID x Fuzzy

Realizadas as primeiras simulações e plotados os gráficos de cada controle para os respectivos tanques, foram criadas as tabelas que apresentam as respostas dos três tanques, cujo valor de referência é de cinco e as variáveis analisadas são o

valor do sobressinal, o tempo de acomodação e o sinal de erro obtido. Essa análise é feita a cada período de 400 segundos, gerando um tempo total de simulação de 3000 segundos.

Simulação 1 período 1	PID			FUZZY		
	h1	h2	h3	h1	h2	h3
Erro	-1.05	-1.02	-1.01	+1.35	+1.35	+1.35

Tabela 1: Quadro comparativo para os controladores

Os resultados preliminares mostram uma tendência que, em todos os ciclos o tempo de resposta é parecido para todos os respectivos tanques. O erro do controle PID é negativo, pois o valor é superior ao valor de referência, já o controle *Fuzzy*, possui um valor de erro positivo, porque o controlador *Fuzzy* não foi capaz de gerar uma resposta igual o valor de referência.

Portanto nessa fase de simulação o controle *Fuzzy* mostra um erro de regime permanente maior em módulo que o controle PID, mas com tempo de resposta parecido.

Como os valores de erro chegavam a pouco mais de 1%, porém foi realizada uma segunda simulação com a intenção de melhorar os controles reduzindo os erros de regime permanente.

## Simulação 2:

Na segunda parte da simulação foram implementadas as estratégias de controle para melhorar a resposta do sistema.

Para o controle PID foi utilizada a estratégia de controle de sintonizar os controladores PI por Ziegler-Nichols em malha fechada (ganho crítico e tempo de resposta).

Como os controladores PI internos são idênticos para ambas as entradas do sistema de níveis, o cálculo realizado foi:

Ganho crítico:  $K_{cr}=5.3$

$$K_p = 0.45 \times K_{cr} = 0.45 \times 5.3 = 2.385$$

Tempo crítico:  $P_{cr}=100$

$$T_i = \frac{1}{1.2 \times P_{cr}} = \frac{1}{1.2 \times 100} = \frac{1}{120} = 0.0083$$

Obtidos tais parâmetros dos controladores PI, foi tomada a decisão de manter o tempo integral para os controladores PID mais externos, ajustando apenas o ganho proporcional dos mesmos que foram ajustados para  $K_p=20$ .

Para o controlador *Fuzzy* foi alterado apenas o método de implicação e defuzzyficação; pois a princípio ele implicava apenas o mínimo dos valores e calculava o centroide, causando assim uma resposta que não alcançava o valor de referência desejado. As alterações foram:

- Implicação: de mínimo para produto;
- Defuzzyficação: de centroide para somatório.

A resposta entre ambos os controles para o tanque 1 pode ser comparada no gráfico a seguir:

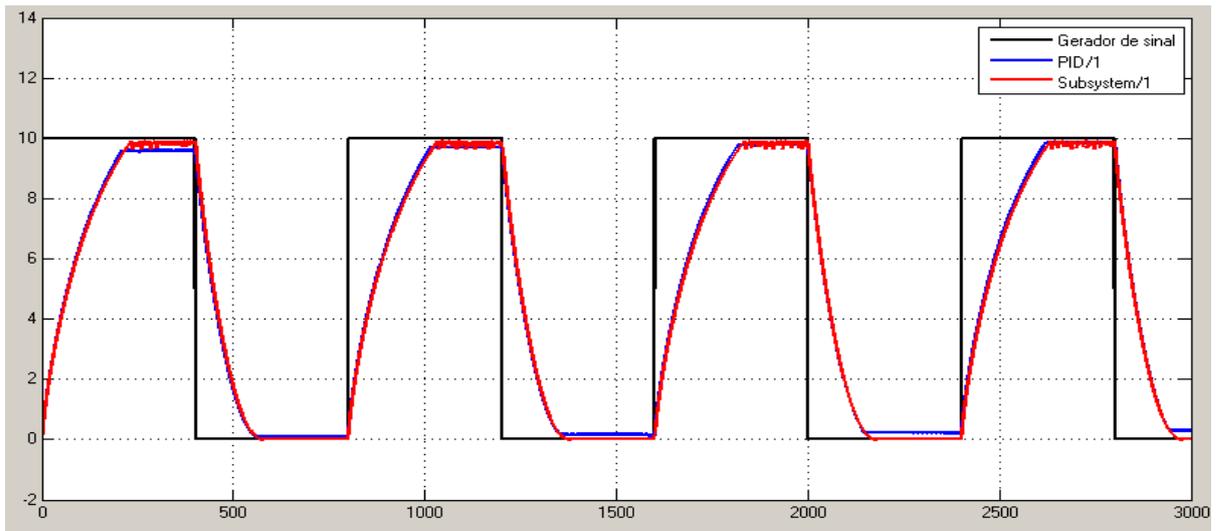


Figura 20: Tanque 1: PID x *Fuzzy*

Abaixo o gráfico que permite comparar a resposta entre ambos os controles para o tanque 2:

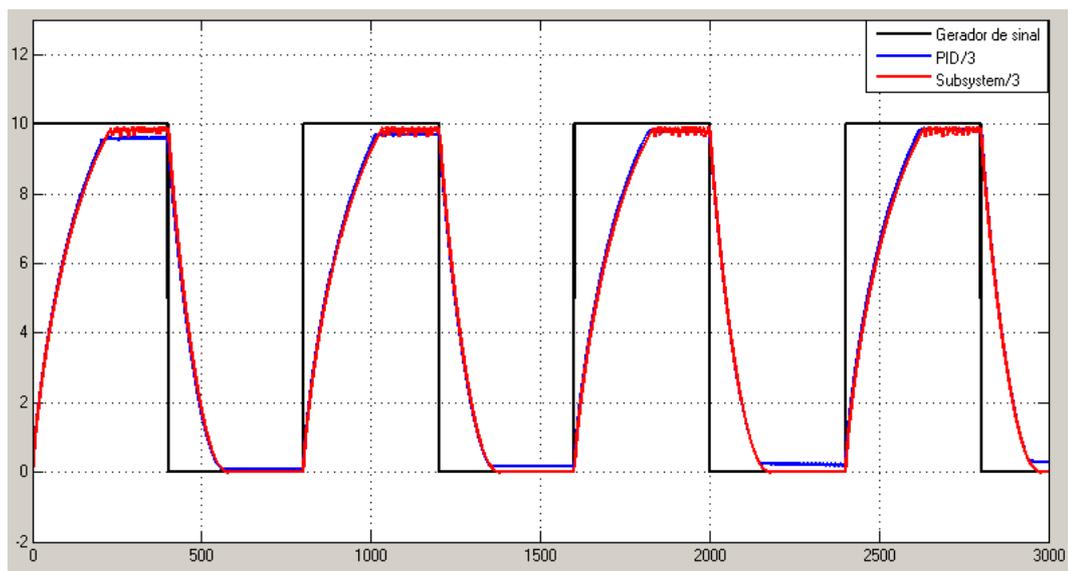


Figura 21: Tanque 2 PID x *Fuzzy*

Abaixo o gráfico que permite comparar a resposta entre ambos os controles para o tanque 3:

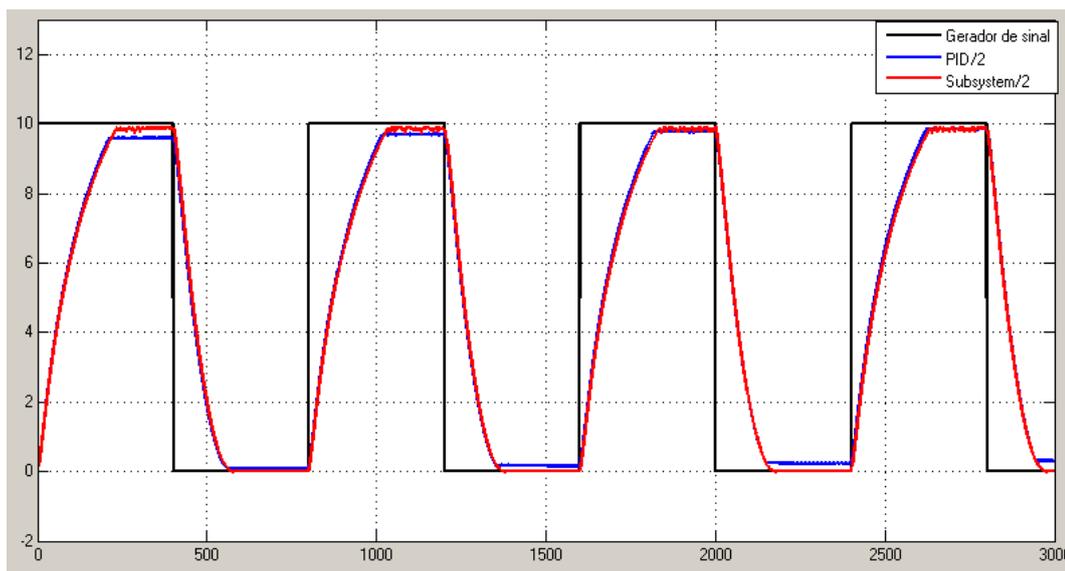


Figura 22: Tanque 3 PID x *Fuzzy*

Realizadas as simulações e plotados os gráficos de cada controle para os respectivos tanques, após as novas estratégias de controle, foram criadas as tabelas que apresentam as respostas dos três tanques, cujo valor de referência é de cinco e as variáveis analisadas são o valor do sobressinal, o tempo de acomodação e o sinal de erro obtido. Essa análise é feita a cada 800 segundos, gerando um tempo total de simulação de 3200 segundos.

<b>Simulação 2</b>	<b>PID</b>			<b>FUZZY</b>		
<b>período 1</b>	<b>h1</b>	<b>h2</b>	<b>h3</b>	<b>h1</b>	<b>h2</b>	<b>h3</b>
<b>Erro</b>	+0.4	+0.4	+0.4	+0.1	+0.1	+0.1

Tabela 2: Quadro comparativo para os controladores

Os resultados após a aplicação das estratégias de controle mostram uma tendência que, no primeiro ciclo, o controle *Fuzzy* tem um tempo de resposta parecido com o PID, ambos com erro abaixo de 1%.

Embora o controle tenha sido feito para o tanque três (TQ-03), foram plotados os gráficos de todos os tanques; explicitando que indiretamente os tanques um e dois (TQ-01 e TQ-02 respectivamente) também são controlados dessa forma.

A aplicação do método de Ziegler-Nichols resultou na diminuição do erro do controle PID eliminando o *overshoot* sem interferir no tempo de resposta do sistema.

Para as mudanças nos parâmetros de implicação e defuzzyficação de mínimo e centroide respectivamente, para produto e somatório, resultou num aumento de área de resposta, eliminando o erro de regime permanente e alcançando um valor próximo do valor de referência.

As funções de pertinência tiveram que ser colocadas com o mínimo de interseção possível para que as regiões de controle fossem mais bem definidas e obtivessem respostas mais rápidas. As regras de inferência foram criadas para analisar o erro e sua primeira derivada e tomar as ações de controle necessárias. Neste caso a derivada do erro possui uma influência pequena no controle, assim foi definido arbitrariamente o peso um para a variável erro e peso 0.01 para a derivada do erro. A seguir o gráfico que representa a variação do erro e de sua derivada:



Figura 23: Erro e Derivada do Erro

No geral o controle *Fuzzy* se mostra um tipo de controle em que a experiência humana é levada em consideração, porque a lógica *fuzzy* trabalha de forma qualitativa, permitindo assim uma abordagem de projeto de um controlador multivariável simplesmente observando o comportamento do sistema.

Já o controle PID multivariável requer uma análise preliminar para saber se o controle é controlável e estável, para a partir daí implementar a estratégia de controle que mais se adequa ao sistema. Nesse trabalho foi utilizado Ziegler-Nichols em malha fechada. Essa técnica de sintonia permite obter os parâmetros de ganho proporcional, tempo integral e tempo derivativo, a partir do ganho crítico e tempo de acomodação de acordo com a necessidade do sistema.

Uma particularidade desse controle é a saturação da válvula para uma variação entre 0 e 30 que limita o controle a uma ação dos controladores nesses valores mínimo e máximo. Quando o controlador emite uma resposta acima do valor de saturação o comportamento do sistema se assemelha a um comportamento em malha aberta, respondendo de forma adequada para um controle realimentado quando trabalha entre os valores limitantes da saturação. O gráfico a seguir representa esse comportamento:

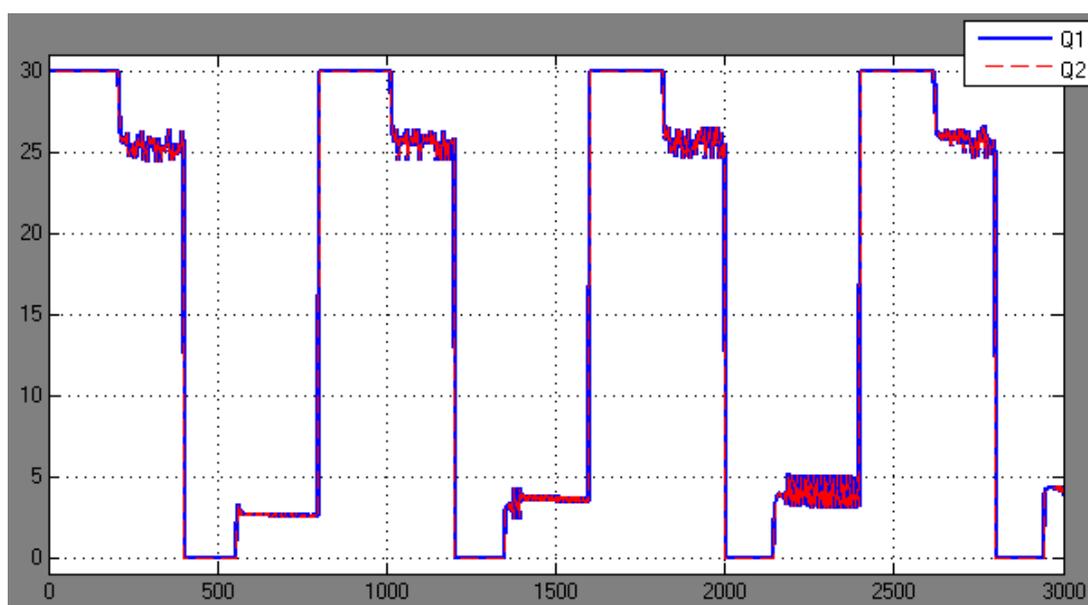


Figura 24: Vazão das válvulas no controle PID

As dificuldades encontradas nos projetos dos controladores são diferentes para o PID e para o *Fuzzy*. No qual um sistema multivariável demanda cálculos mais pesados para o PID, em contrapartida a definição das funções de pertinência e de suas regras de inferência demandam maior tempo para calibração e testes para as respostas obtidas.

## 6 CONCLUSÃO

No sistema abordado, a comunicação entre os tanques impõe um comportamento não linear. Entretanto, como o comportamento de todos os tanques eram parecidos, foi possível utilizar estratégias de controle idênticas para as entradas do sistema  $q_1$  e  $q_2$ .

A utilização de conceitos do controle multivariável como controlabilidade permite uma análise preliminar precisa para determinar se é possível implementar o controle sobre o sistema. A representação em espaços de estado é mais simples que a representação por função de transferência quando o sistema é dito multivariável, pois cada elemento da matriz é uma função de transferência, fazendo com que a matriz seja uma matriz função de transferência. Ainda é possível um projeto de controlador utilizando as equações de Liapunov por exemplo para que seja trabalhado no domínio do tempo.

O controle PID é bastante utilizado na indústria por ser confiável e por contar com técnicas de sintonia relativamente simples. Nesse trabalho foi realizada a sintonia por Ziegler-Nichols em malha fechada.

O controle *Fuzzy* é um controle que conta com uma análise qualitativa das variáveis de processo, essa análise se comporta de forma parecida com o raciocínio humano de comparação.

Os resultados desse trabalho foram satisfatórios após a aplicação das estratégias de controle desenvolvidas para melhorar as respostas de ambos os controladores.

O controlador *Fuzzy* se mostrou de mais fácil implementação, porque não foi necessário cálculos matemáticos complexos para ser implementado embora envolva

maior tempo para calibrações. Para projetar o controlador foi necessário escolher as funções de pertinências mais adequadas para as entradas e saídas do sistema e a definição das regras de inferência *fuzzy* que influenciam diretamente no comportamento do sistema. Já no PID, foi necessária a análise de controlabilidade do sistema antes da aplicação dos cálculos para sintonizar o PID por Ziegler-Nichols em malha fechada.

Neste trabalho, tanto o controle PID quanto o controle *Fuzzy* apresentaram resultados parecidos para o mesmo sistema, ressaltando assim a eficiência de ambos os tipos de controle implementados para esse caso.

Trabalhos futuros incluem a implementação de uma planta piloto desse sistema de níveis de tanques, conectada a um controlador embarcado e dotada de uma interface homem máquina que permita a visualização dos dados em tempo real, para observar sua resposta em meio a distúrbios.

## 7 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M.; COELHO, A. A. R. Controladores PID Auto-Ajustável e Nebuloso: Aspectos de Projeto, Sintonia e Aplicação Prática. 4º Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. p. 675–680, São Paulo, Set, 1999.

BERTO, M. I.; SÁ, F. R. DE; JR, V. S. Avaliação de controles PID adaptativos para um sistema de aquecimento resistivo de água. v. 24, n. 3, p. 478–485, 2004.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de controle modernos**. [s.l.] Livros Técnicos e Científicos, 2001.

FREITAS, A.; BAUCHSPIESS, A. Controle neuro-fuzzy de processo de nível multivariável. 2007.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 1982.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 4ª. ed. 2003.

SUETAKE, M.; SILVA, I. N. DA; GOEDTEL, A. Sistema fuzzy compacto embarcado em DSP e sua aplicação para controle V/f de motores de indução. **SBA: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automática**, v. 21, n. 3, p. 15, 2010.

TANSCHKEIT, R. **Sistemas Fuzzy**, 2004.

## APÊNDICE A: TRANSFORMADAS DE LAPLACE

Função Original	Transformada de Laplace	Função Original	Transformada de Laplace
$f(t)$ para $t > 0$	$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$	$\frac{1 - \cos at}{a^2}$	$\frac{1}{s(s^2 + a^2)}$
$f$ tipo exponencial p/ $i$ $\alpha \in R$	$F(s)$ existe p/ $i$ $s > \alpha$	$\frac{at - \sin at}{a^3}$	$\frac{1}{s^2(s^2 + a^2)}$
$\delta(t)$	1	$\frac{\sin(at) - at \cos(at)}{2a^3}$	$\frac{1}{(s^2 + a^2)^2}$
$\delta(t-a)$	$e^{-as}$	$\frac{t \sin(at)}{2a}$	$\frac{s}{(s^2 + a^2)^2}$
1	$\frac{1}{s}$	$e^{-at} \sin(bt)$	$\frac{b}{(s+a)^2 + b^2}$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}} n \in N$	$e^{-at} \cos(bt)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + b^2}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$	$\frac{\sinh(at) - \sin(at)}{2a^3}$	$\frac{1}{s^4 - a^4}$
$t^{n-1} e^{at}$	$\frac{(n-1)!}{(s-a)^n} n \in N$	$\frac{\sin(at) \sinh(at)}{2a^2}$	$\frac{s}{s^4 + 4a^4}$
$\frac{e^{at} - e^{bt}}{(a-b)}$	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$	$\frac{1}{\sqrt{s}}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$	$\frac{\sin(at)}{t}$	$art \tan\left(\frac{a}{s}\right)$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$	$H(t) - H(t-T)$	$\frac{1 - e^{-Ts}}{s} T > 0$
$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2 - a^2}$	$\frac{1}{2}(\sin(t) -  \sin(t) )$	$\frac{1}{(s^2 + 1)(1 - e^{-\pi s})}$

$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2 - a^2}$	$ \sin(at) $	$\frac{a \cosh\left(\frac{\pi s}{2a}\right)}{s^2 + a^2}$
-------------	-----------------------	--------------	--

## APÊNDICE B: PARÂMETROS DE SINTONIA VIA ZIEGLER-NICHOLS

### Malha Aberta

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

### Malha Fechada

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5 K_{cr}$	$\infty$	0
PI	$0.45 K_{cr}$	$\frac{1}{1.2} P_{cr}$	0
PID	$0.6 K_{cr}$	$0.5 P_{cr}$	$0.125 P_{cr}$